ASIMOV

FIS

PARA

SEGUN

LIBRO DE ASIMOV CON TEORIA Y EJERCICIOS RESUELTOS. TIENE TODOS LOS TEMAS DE LA MATERIA HABLADOS EN CASTELLANO

INCLUYE PROBLEMAS TOMADOS EN PARCIALES

ICA

EL CBC

DA PARTE

* DINÁMICA e
* HIDROSTÁTICA

FISICA

Para el CBC

-Por ANÍBAL-

- PARTE 2 -

* DINAMICA

* HIDROSTÁTICA

Física para el CBC, Parte 2
- 2ª. edición. – Buenos Aires: Editorial Asimov, 2017

240 p. ; 21 x 27 cm.
ISBN: 978-987-23462-3-2

Física para el CBC, Parte 2 - 2a ed. -

Buenos Aires : Asimov, 2017

v. 1, 240 p. ; 21 x 27 cm.

ISBN 978-987-23462-3-2

1. Física. Título
CDD 530

Fecha de catalogación: Marzo de 2007

2ª edición. Tirada: 50 ejemplares.
Se terminó de imprimir en Marzo de 2017

HECHO EL DEPÓSITO QUE ESTABLECE LA LEY 11.723

IMPRESO EN ARGENTINA

OTROS APUNTES ASIMOV

*** EJERCICIOS RESUELTOS DE LA GUIA**
Son los ejercicios de la guía de física del CBC resueltos y explicados.

*** PARCIALES RESUELTOS**
Son parciales del año pasado con los ejercicios resueltos y explicados. También hay parciales de años anteriores.

<u>OTROS LIBROS ASIMOV</u>:

*** QUÍMICA PARA EL CBC**

*** ANALISIS PARA EL CBC**

*** ALGEBRA PARA EL CBC**

*** BIOFISICA PARA EL CBC**

Estos libros tienen lo que se da en clase en cada materia pero hablado en castellano bien criollo. Están hechos para preparar los parciales, el final o para leer alguna clase que te hayas perdido.

ACA ESTOY

Hola. Acá va la 2da parte del libro Física para el CBC. Al final de cada tema puse un montón de problemas tomados en parciales. Así como los tomaron, así los puse.
La gente suele preguntar si el segundo parcial es más difícil que el primero.
Rta: Ermmmm... Bueno, esto depende un poco de cada persona. A grandes rasgos te puedo decir que si el primer parcial te pareció fácil, este te va a parecer más fácil. Pero si el primer parcial te pareció difícil, probablemente este te va a parecer más difícil. (Bienvenido a Física).

Importante: Como siempre, el truco en física está en saber resolver problemas. Resolvé los ejercicios de la guía. Buscá otros problemas. Conseguite parciales viejos y resolvelos. Fijate que al final de cada tema yo pongo ejercicios y ejemplos. Muchos de esos ejercicios son problemas sacados de parciales. Miralos bien.

Para entender esta 2da parte también hay que saber bastante matemática. Otra vez muchas veces te va a parecer que no entendés física. En la mayoría de los casos, lo que pasa es que no estás entendiendo matemática.
Y también igual que al principio, tus profesores te van a decir que esto es fácil. Falso. En física nada es fácil.

Una cosa: ¿ Seguís ingeniería ? Entonces tenés que saber física. Date cuenta que la ingeniería es básicamente física. Casas, edificios, aparatos, máquinas, barcos, aviones, centrales nucleares... todo está hecho con física.
La física es el instrumento que usa la ingeniería para construir cosas.
Si seguís ingeniería tenés que saber esta materia a la perfección. Tratar de sacarse física de encima es un error. No es cuestión de zafar. Acá no hay "me la saco de encima y chau". Zafar ahora te va a traer problemas más adelante cuando quieras cursar física I y física II. (Ahí sí vas a tener que agarrarte en serio). Y también vas a tener problemas cuando quieras cursar las materias de ingeniería que en realidad son físicas encubiertas.
¿ Ejemplo ? Estabilidad I, Estabilidad II, Resistencia de materiales, Mecánica, Elementos de máquinas, Termodinámica, transferencia de calor y masa, Mecánica de los fluidos, Máquinas térmicas y demás.
La Ingeniería básicamente es física. Si la física no te gusta.... Bueno, probablemente lo tuyo no sea la Ingeniería. (Pensalo).

¿ Seguís Biología ? ¿ Seguís Licenciatura en Química ?
Amiga, estás en problemas. Tenés que saber física. Fijate que más adelante en tu carrera volvés a tener otras físicas. Te digo lo mismo que le digo a la

gente de Ingeniería: Para alguien que sigue exactas tratar de sacarse física de encima es un error. No es cuestión de zafar. Acá no hay zafar. Huir ahora te va a traer problemas más adelante cuando quieras cursar Física I y Física II. (Que son materias difíciles en serio). Esto no es mala onda. Esto es así. (Bienvenido a Exactas)

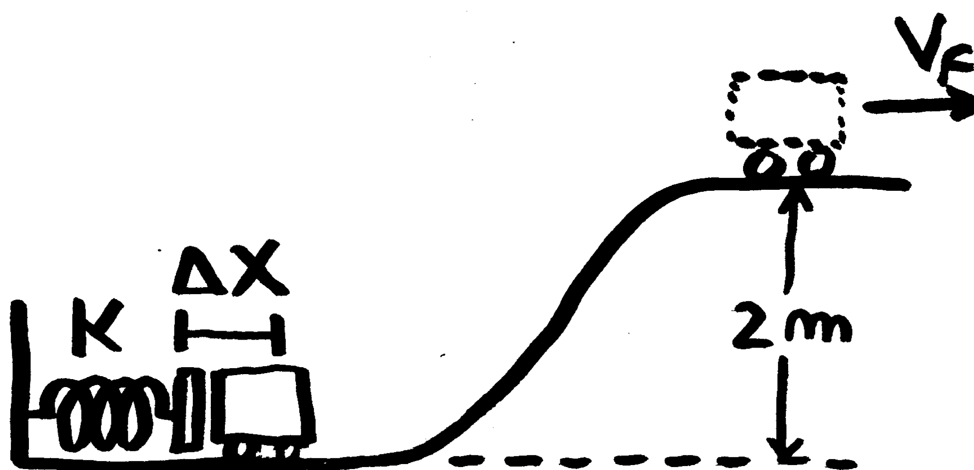
Los chicos dicen que las materias más difíciles del CBC son Análisis y álgebra. Es cierto, son materias difíciles. Pero son materias difíciles porque ellos van demasiado rápido. En realidad física es más difícil. Si yo diera física tan rápido como ellos dan Análisis o Álgebra, física sería una materia inaprobable.
Tarde o temprano uno termina entendiendo Análisis y Álgebra. A la larga uno se da cuenta de que son materias relativamente mecánicas. Si la derivada da cero, pasa esto. Si la derivada da positiva, pasa esto otro.
Para buscar el vector perpendicular hay que hacer el producto vectorial.
Para invertir una matriz se usa tal procedimiento. Uno tarda en aprenderlo.
Pero a la larga es siempre igual. Física no es así. Acá no hay: "bueno, todos los problemas son iguales. Si sé uno, sé todos". La física es difícil en serio.
Uno nunca termina de entender física.

Parecen todas pálidas. Pero al final todo tiene su recompensa. La recompensa es que saber física te convertirá en un hombre nuevo. Te vas a dar cuenta de esto cuando hables con tus amigos del secundario. O con tu hermana. O con tu prima. Dirás: ¿ Estas son tontas o se hacen ?!
Rta: No son tontas. Son lo que siempre fueron. Ellas están iguales. VOS sos el que cambiaste. Aprobaste física. Sos un hombre nuevo. Un ser pensante.
El cerebro empezó a funcionar.
(Bienvenido).

Como siempre, ¿ Encontraste algún error en el libro ? ¿ Hay algo que te parece que está mal explicado ? ¿ Querés preguntarme algo ? Estoy del otro lado de la computadora. Mandame un mail (www.asimov.com.ar)

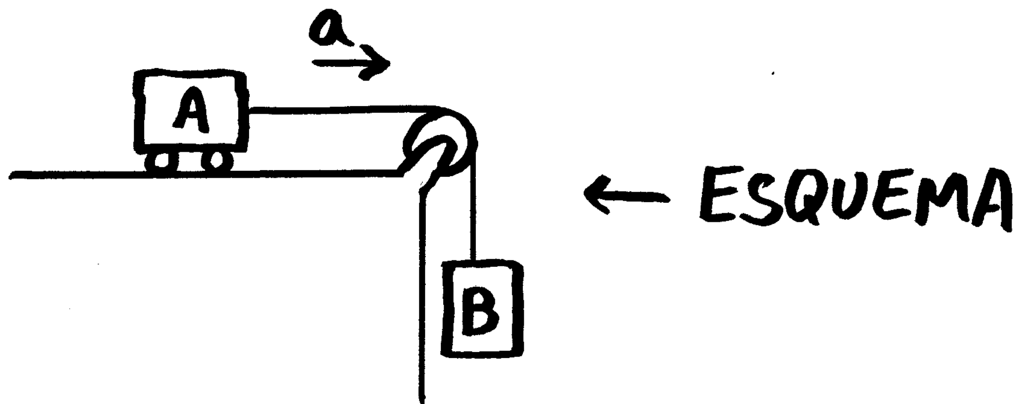
Saludos.
Aníbal

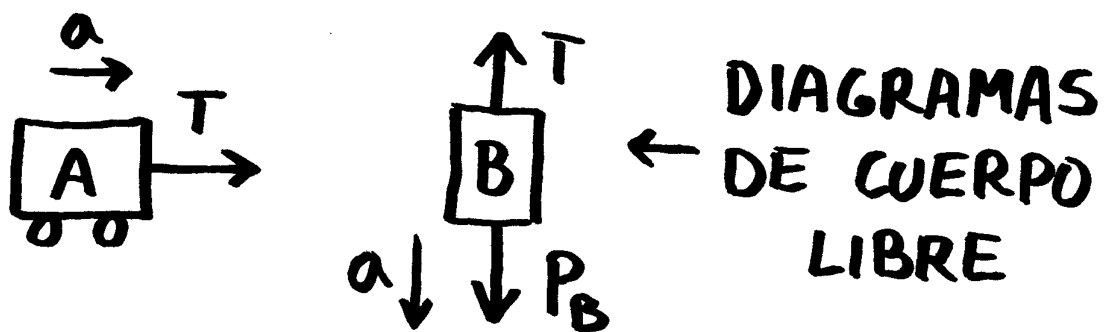
INDICE


K
ΔX
2 m
V_F

DINAMICA

LEYES DE NEWTON





$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

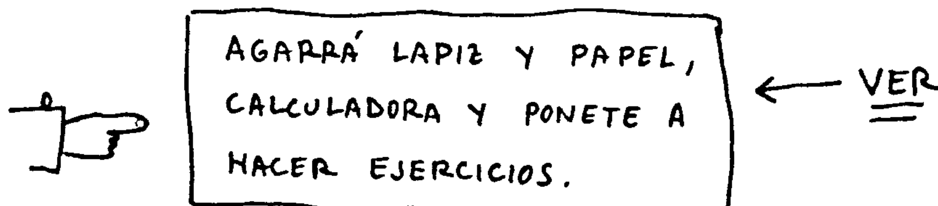
← ECUACIONES



DINÁMICA

LEYES DE NEWTON

Hola ! Esto es una especie de resumen de toda la 1ra parte de Dinámica. La idea es que leas esto y te pongas a hacer problemas. Saber dinámica es saber resolver problemas. Nadie te va a pedir en un examen que repitas las leyes de Newton de memoria. De manera que:

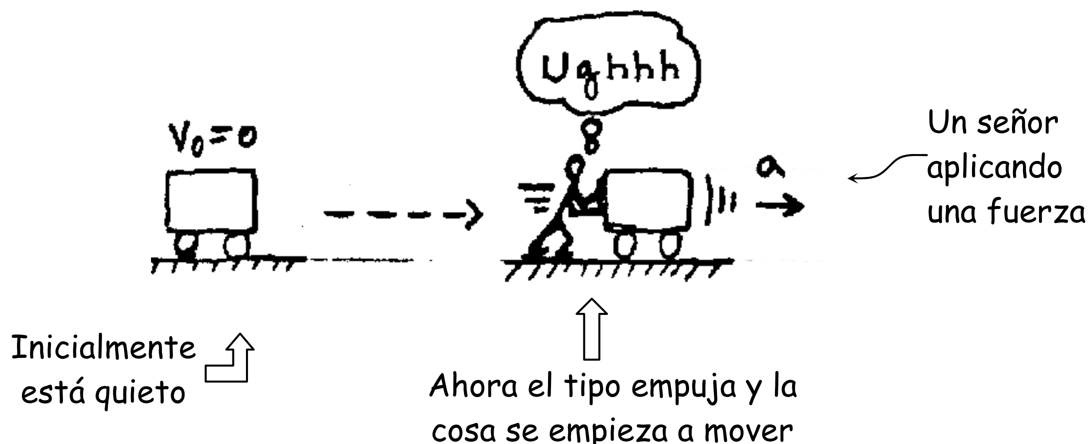


Tenés que hacer problemas y problemas hasta que veas que entendés cómo es el asunto. Antes nada. No busques la fácil en este libro porque no está. La cosa depende más de vos que de mí. Esto es sólo una especie de introducción teórica para que veas de qué se trata el tema. El resto tenés que ponerlo vos.

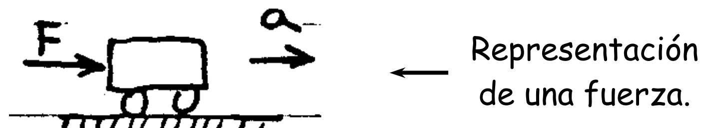
FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Hay tres conceptos que se usan todo el tiempo en dinámica. Estos conceptos son los de **fuerza**, **masa** y **aceleración.** Prestá atención a esto porque es la base para todo lo que sigue. Vamos.

¿ Qué es una fuerza ?
Ejercer una fuerza es empujar, tirar o arrastrar algo. Una fuerza es una cosa que hace que algo que está quieto se empiece a mover.

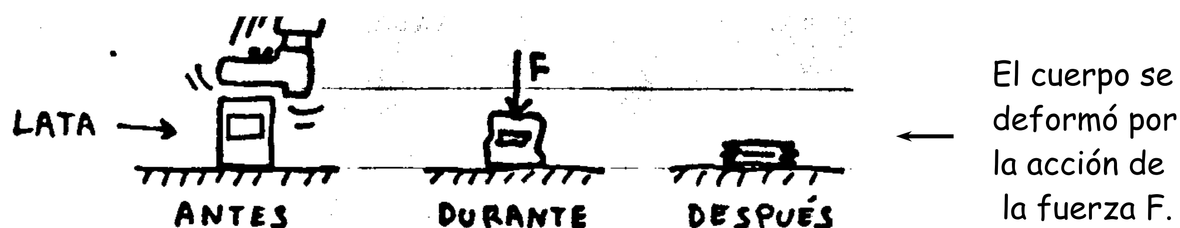


Esta situación de un cuerpo que tiene aplicado una fuerza la simbolizamos poniendo una flechita que representa a la fuerza. Vendría a ser algo así:

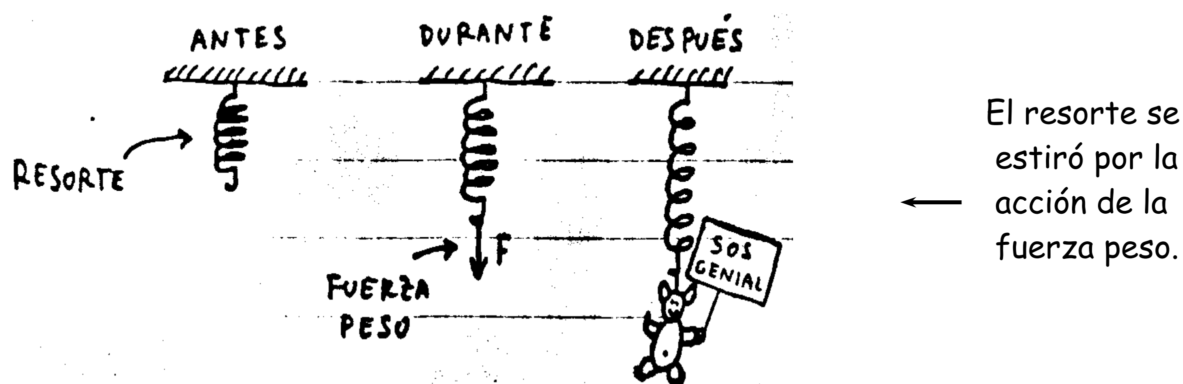


Representación de una fuerza.

Cuando la fuerza empieza a actuar, el cuerpo que estaba quieto se empieza a mover. Este movimiento va a ser Uniformemente variado. (MRUV). O sea, va a tener aceleración. Por eso puse la letra "a" en el dibujo.
Si uno no deja que el cuerpo se mueva, lo que hace la fuerza es deformarlo o romperlo.



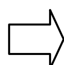
El cuerpo se deformó por la acción de la fuerza F.

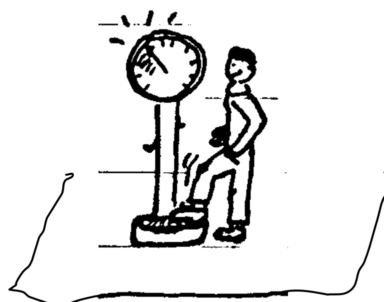


El resorte se estiró por la acción de la fuerza peso.

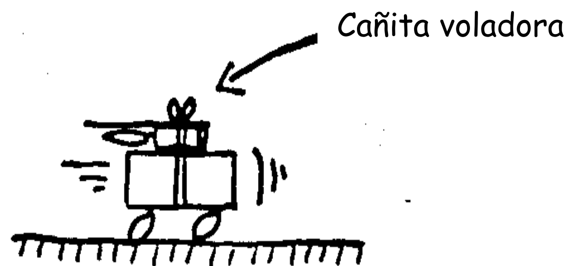
Cuando uno empuja algo con la mano o cuando uno patea una cosa, uno ejerce una fuerza sobre la cosa. Lo que pasa es que este tipo de fuerzas <u>no son constantes</u>. Es decir, por ejemplo:

Si uno le pega un pisotón a una balanza...





La aguja no se va a quedar quieta todo el tiempo en el mismo lugar. Va a llegar hasta un valor máximo (digamos 50 Kgf). Después va a bajar. Esto indica que la fuerza aplicada sobre la balanza es **variable** (no vale todo el tiempo lo mismo).
Acá ellos siempre te van a dar fuerzas que valen todo el tiempo lo mismo. (Constantes). La manera más fácil de entender lo que es una fuerza es imaginarse una cañita voladora. De ahora en adelante, cuando yo te diga que sobre un cuerpo actúa una fuerza F, vos podés imaginarte esto:

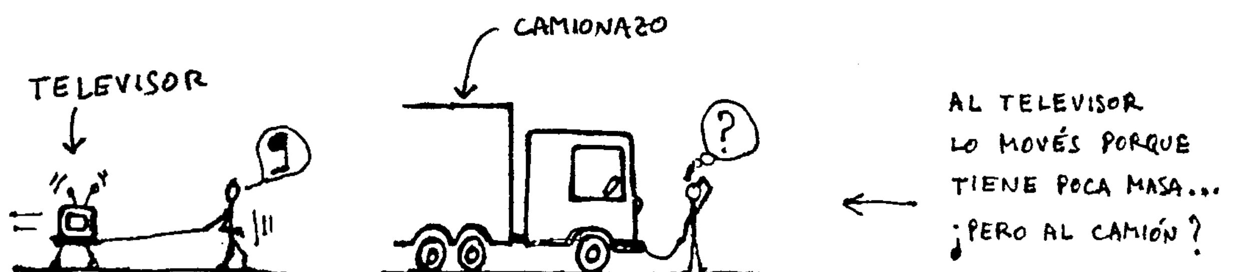


La fuerza está representada por la acción que ejerce la cañita voladora. Entonces, sin entrar en grandes detalles quedemos en que para imaginarse una fuerza conviene pensar que uno tiene una cañita voladora que está empujando a un objeto.

Nota: En realidad una fuerza es algo un poco más complicado de lo que yo puse acá. Pero por ahora con esto te alcanza.

MASA

Cuanto más masa tiene un cuerpo, más difícil es empezar a moverlo.
Y si el tipo viene moviéndose, más difícil va a ser frenarlo.



La masa es una cantidad que me da una idea de qué tan difícil es acelerar o frenar a un cuerpo. Entonces se puede entender a la masa

como una medida de la tendencia de los cuerpos a seguir en movimiento. Esto vendría a ser lo que en la vida diaria se suele llamar **inercia**. La palabra Inercia en física significa lo mismo que en la vida diaria: seguir haciendo lo que uno viene haciendo sin frenar, ni acelerar. Inercia es seguir en el estado en que uno está sin cambiar.

A mayor cantidad de materia, mayor masa. Si tengo 2 ladrillos del mismo material tendrá más masa el que tenga más átomos. (Átomos, moléculas, lo que sea).



Cuanta más materia tenga un cuerpo, más difícil va a resultar moverlo. Es como que la masa te dice "mi honor está en juego y de aquí no me muevo".
La dificultad en acelerar o frenar un cuerpo está dada en por la cantidad de partículas que ese cuerpo tiene. Y la cantidad de partículas da una idea de la cantidad de materia. Sin entrar en grandes complicaciones, te resumo el asunto así:

La masa de un cuerpo es la cantidad de materia que tiene	⇦ **MASA**

Masa y fuerza son 2 conceptos que vas a entender mejor después de haber resuelto muchos problemas. Dinámica es así. Lleva tiempo.

ACELERACIÓN

La aceleración es una cantidad que me dice qué tan rápido está aumentando o disminuyendo la velocidad de un cuerpo. Esto ya lo sabés de cinemática. Digamos que si una cosa tiene una aceleración de 10 m/s^2, eso quiere decir que su velocidad aumenta en 10 m/s por cada segundo que pasa. Si al principio su velocidad es cero, después de un segundo será de 10 m/s, después de 2 seg será de 20 m/s, etc.).

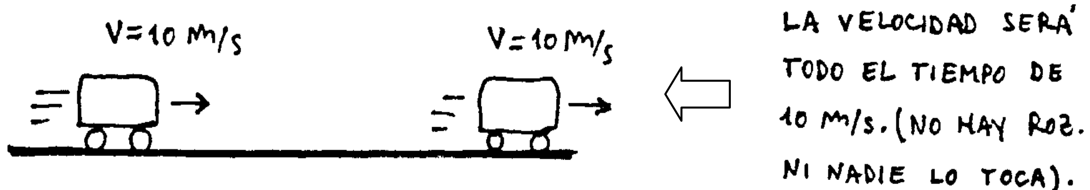
LEYES DE NEWTON ← VER

1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA

La primera ley de Newton suele llamarse "Principio de Inercia". Esta ley dice que si uno tira una cosa, esta cosa se va a mover con movimiento rectilíneo y uniforme a menos que alguien venga y lo toque. Otra manera de decir lo mismo es decir que si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que alguien venga y lo empuje. O sea, que sobre él actúe una fuerza. La forma matemática de escribir la primera ley es:

$$\text{Si } F = 0 \rightarrow \quad a = 0 \;\; (v = cte) \qquad \Leftarrow \; 1^{ra} \text{ LEY}$$

Para entender esto imaginate que venís empujando un carrito de supermercado y de golpe lo soltás. Si no hay rozamiento, el carrito va a seguir por inercia.



También se puede entender la ley de inercia diciendo que si un objeto está quieto, seguirá quieto a menos que alguien venga y lo empuje.

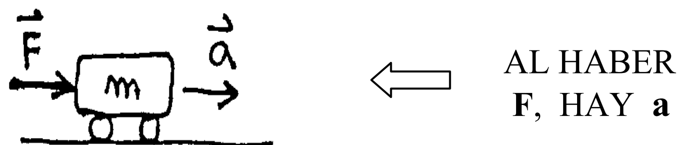
2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA

La 2da ley es la que se usa para resolver los problemas, así que atención. La cosa es así: Si uno le aplica una fuerza a un cuerpo el tipo va a adquirir una aceleración que va para el mismo lado que la fuerza aplicada. Cuando digo "aplicar una fuerza" quiero decir "empujar", tirar, arrastrar o atarlo a una cañita voladora para que lo impulse.

Newton se dio cuenta de que esta aceleración iba a ser más grande cuanto mayor sea la fuerza que actuaba. Es decir, la aceleración **a** es directamente proporcional a la fuerza aplicada.

Y también Newton vió que esta aceleración iba a ser más chica cuanto más cantidad de materia tenga el cuerpo. Es decir, que la aceleración **a** será inversamente proporcional a la masa del objeto.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo, el tipo se empieza a mover con movimiento rectilíneo uniformemente variado. La velocidad empieza a aumentar, y aumenta lo mismo en cada segundo que pasa. Mirá el dibujito:



Todo esto que dijo Newton se puede escribir con esta fórmula:

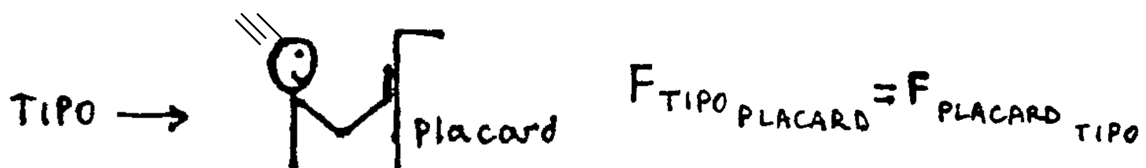
Aceleración = Fuerza / Masa

Si paso la masa multiplicando tengo la forma más común de poner la ley de Newton, que es como les gusta a ellos:

$$F = m.a$$ ← **2da Ley de Newton**

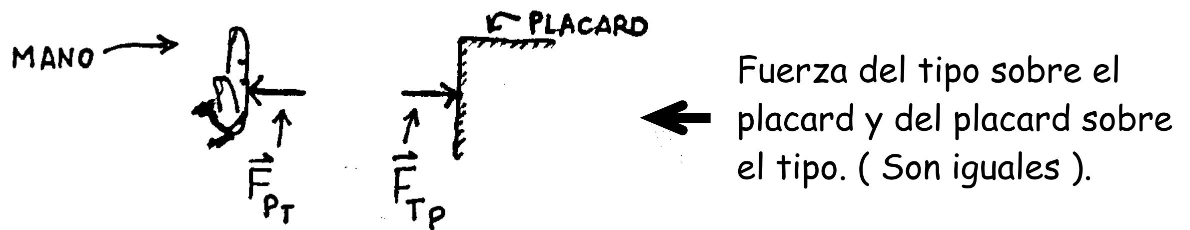
3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Cuando dos cuerpos se ejercen fuerzas entre sí, la fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro. Esto se ve mejor en un dibujito. Imaginate un señor que está empujando algo :



Cuando digo " cuerpos se ejercen fuerzas entre sí " quiero decir cuerpos que se tocan, chocan, se atraen, se repelen, y cosas por el estilo. Ellos dicen que los cuerpos "interactúan".

Interactuar vendría a querer decir "ejercerse fuerzas mutuamente". El diagrama de las fuerzas que actúan sobre el placard y sobre la mano del tipo sería algo así:



Ojo, las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas, pero la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **sobre el placard** y la fuerza que ejerce el placard actúa **sobre el tipo**. Es decir, la acción y reacción son fuerzas iguales y opuestas, pero actúan sobre cuerpos distintos. Por eso :

> **Las fuerzas de acción y reacción nunca pueden anularse porque están actuando sobre cuerpos distintos.**

← VER ESTO

CONVENCIÓN DE SIGNOS EN DINÁMICA :

> SENTIDO POSITIVO COMO APUNTA LA ACELERACIÓN.
> LAS FUERZAS QUE VAN COMO LA ACELERACIÓN SON POSITIVAS (+). LAS QUE VAN AL REVÉS, SON (−).

← LEER

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: a la aceleración la vamos a medir en m/s^2. (igual que en cinemática). A la unidad m/s^2 no se le da ningún nombre especial.

Masa: a la masa la medimos en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Esto lo inventaron los franceses allá por el 1.800. Te recuerdo que 1 litro de agua es la cantidad de agua que entra en un cubo de 10 cm de lado (o sea, 1.000 cm^3).

Fuerza: la fuerza la medimos en dos unidades distintas: el Newton y el Kilogramo fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua.



Entonces :

Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf. Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg.

En los problemas suelen aparecer frases del tipo: Un cuerpo de 2 Kilogramos... Levanta el alumno la mano y dice: Profesor, en este problema ¿ los 2 kilogramos son el peso o son la masa ?
Rta: Es lo mismo. Un cuerpo que pesa 2 kilogramos fuerza tiene una masa de 2 kilogramos masa. No hay que andar dividiendo por g ni nada por el estilo.
Ahora, ojo, porque los chicos dicen: Ah, ya entendí, 1 kgf es igual a 1 kg masa.

Rta: No. Negativo. Una cosa que **pesa** 1 kilogramo fuerza **tiene** una masa de 1 kg masa. Esto es así por definición, porque cuando los franceses inventaron el kg masa lo definieron como la masa que tiene algo que pesa 1 kgf. (Y viceversa).

Entonces, si en un problema te hablan de un auto de mil kilogramos, esos mil kilogramos son tanto el peso como la masa. El auto tiene una masa de 1.000 Kg masa y pesa 1.000 Kg fuerza.
Esta coincidencia numérica solo pasa en La Tierra, aclaro.

La otra unidad de fuerza que se usa es el Newton. Un Newton es una fuerza tal que si uno se la aplica a un cuerpo que tenga una masa de 1Kg, su aceleración será de 1 m/s^2.

$$1 \text{ Newton} = 1\,kg \times 1\,m/s^2$$ ⟸ **1 Newton**

Para que te des una idea, una calculadora pesa más o menos 1 Newton. (Unos 100 gramos). Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

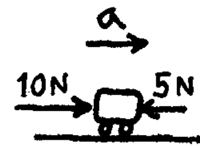
1 Kgf = 10 Newtons ← Equivalencia entre Kgf y N.

Para los problemas ellos siempre te van a decir que tomes la equivalencia 1 Kgf = 10 N. Esto se hace para facilitar las cuentas, porque en la realidad real, 1 kgf equivale a 9,8 N.

Nota: A veces 1 kilogramo fuerza se pone también así: 1 Kgr o 1 $\overrightarrow{kg}$.

La 2ª ley dice F = m . a. Pero sobre un cuerpo pueden estar actuando **MIL** fuerzas. Todas estas fuerzas se pueden sumar. Si las sumo obtengo una fuerza **resultante**. Esta resultante equivale a todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Entonces, si en un problema tenemos varias fuerzas que actúan sobre una cosa, lo que se hace es sumar todas esas fuerzas. (= hallar la fuerza resultante).
Entonces ellos suelen poner la 2da ley de newton así: Σ F = m . a .
Esto se lee :
La sumatoria de todas las fuerzas que actúan igual a **eme** × **a**.

Ejemplo: **2 fuerzas de 5 y 10 N actúan sobre un cuerpo de 5 kilos como indica la figura.¿Cuánto vale su aceleración?**



Si tengo 2 fuerzas que actúan sobre el objeto, tengo que plantear que la suma de las fuerzas es "eme por a". Ahora. Ojo. La fuerza de 10 es positiva porque va como la aceleración, y la fuerza de 5 es negativa porque va al revés . Esto es así por la convención de signos que dice que fuerzas que van en sentido de la aceleración son positivas. Como me dicen que el objeto tiene 5 kilos, su masa será de 5 kilogramos masa. Me queda:

$$\Sigma \text{ Fuerzas} = m \cdot a$$

$$\rightarrow 10\text{ N} - 5\text{ N} = 5\text{ kg} \cdot a$$

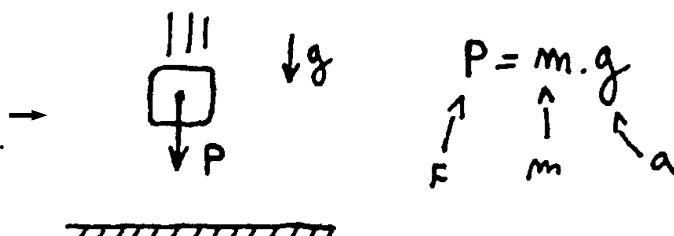
$$\rightarrow 5\text{ kg} \cdot \text{m/seg}^2 = 5\text{ kg} \cdot a$$

$$\rightarrow a = 1\text{ m/s}^2$$

PESO DE UN CUERPO

La Tierra atrae a los objetos. La fuerza con que la que La Tierra atrae a las cosas se llama fuerza PESO. Antes la ley de Newton se escribía F = m · a. Ahora se va a escribir P = m · g. Esto sale de acá :

Diagrama de un cuerpo que está cayendo debido a la fuerza PESO. →



En este dibujo, la aceleración de caída vale **g** (= 9,8 m/s^2) y la fuerza que tira al cuerpo hacia abajo acelerándolo es el peso **P**. Fuerza es igual a masa por aceleración, **F = m . a**. En La Tierra la aceleración es la de la gravedad (**g**) y la fuerza **F** es el peso del cuerpo. Entonces reemplazo **a** por **g** y **F** por **P** en F = m . a y me queda:

$$\boxed{P = m \cdot g} \quad \Leftarrow \quad \textbf{FUERZA PESO}$$

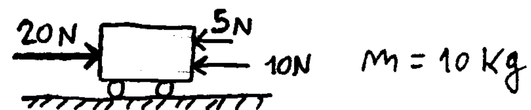
Esta ecuación se lee " peso = masa por gravedad ". La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N que puse antes sale de esta fórmula. Supongamos que tengo una masa de 1 Kg masa. Ya sabemos que su peso en Kilogramos fuerza es de 1 Kgf. Su peso en Newtons será de :

$$P = 1\ Kg \times 9{,}8\ m/s^2 \Rightarrow$$

$$P_{(1\ Kgf)} = 9{,}8\ N$$

EJEMPLO DE CÓMO SE USA LA 2ª LEY DE NEWTON

UN CUERPO TIENE VARIAS FUERZAS APLICADAS COMO INDICA EL DIBUJO. CALCULAR SU ACELERACIÓN.



Con este ejemplo quiero que veas otra vez este asunto de la convención de signos que te expliqué antes. Fijate. El cuerpo va a acelerar para la derecha porque la fuerza 20 N es mayor que la suma de las otras dos (15 N). Planteo la 2da ley:

$$\sum F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad 20\,N - 5\,N - 10\,N = m.a$$

La aceleración va así: → . Entonces mi sentido positivo para las fuerzas también va a ser así →. Queda :

$$\Rightarrow 5\,N = 10\,Kg \cdot a \quad \Rightarrow \quad 5\,\frac{Kg.m}{s^2} = 10\,Kg.a$$

$$\Rightarrow \underline{a = 0{,}5\,\frac{m}{s^2}} \quad \leftarrow \text{Aceleración del cuerpo (va así} \rightarrow\text{).}$$

Importante: Fijate que al elegir sentido positivo en sentido de la

aceleración, las fuerzas que apuntan al revés que son **negativas**. Esto es una convención. Podés tomar la convención al revés, pero te vas a complicar. Mejor tomar positivo siempre como va la aceleración.

ACLARACIONES SOBRE LAS 3 LEYES DE NEWTON

* Las fuerzas son vectores, de manera que se suman y restan como vectores. Quiero decir que si tengo 2 fuerzas que valen 10 cada una, y las pongo así: $\xrightarrow{10}\xrightarrow{10}$, la suma de las dos fuerzas dará 20. Ahora, si una de las fuerzas está torcida, la suma ya no vale 20. (Sería este caso: $\xrightarrow{10}\nearrow_{10}$).

Para resolver esta última situación habrá que elegir un par de ejes **X-Y** y descomponer c/u de las fuerzas en las direcciones X e Y. Después habrá que sumar las componentes en x, en y, y volver a componer usando Pitágoras.

* Alguna gente llama "principio de interacción" a la 3ra ley de Newton. Esto es porque para que aparezcan fuerzas sobre 2cuerpos, estos tienen que interactuar. (Interactuar = golpearse, tocarse, empujarse, chocar, etc.).

* Recordar: Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre sobre cuerpos **distintos**. Acción y reacción NUNCA pueden estar actuando sobre un mismo cuerpo. Acción y reacción NUNCA pueden anularse.

* Encontrar una fuerza aislada en el universo es imposible. Una fuerza no puede estar sola. En algún lado tiene que estar su reacción.

* De las 3 leyes de Newton, la 1ª y la 3ª son más bien conceptuales. No se usan para resolver problemas. Para resolver los problemas vamos a usar siempre la 2ª. (F = m . a).

FIN LEYES DE NEWTON

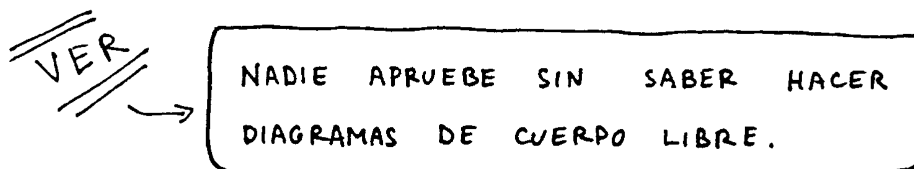
DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ← OJO

El diagrama de cuerpo libre es un dibujito que se hace para poder resolver los problemas de dinámica. Siempre es imprescindible hacer el diagrama de cuerpo libre para resolver un problema de dinámica. Tenés que hacer el diagrama por tu propio bien. Si no hacés el diagrama vas a terminar equivocándote.

Si lo querés ver de otra manera, te digo así: Muchas veces los chicos resuelven los problemas de dinámica así nomás, aplicando alguna formulita o algo por el estilo. Sin hacer dibujo, ni diagrama, ni nada. Pues bien, te advierto que en el parcial ellos te van a tomar un problema en donde te veas obligado a hacer el diagrama de cuerpo libre. Y si el diagrama está mal... ¡ Todo lo demás también va a estar mal !

Esto no es algo que inventé yo. Esto es así. La base para resolver los problemas de dinámica es el diagrama de cuerpo libre. Si el diagrama falta, básicamente todo lo que sigue va a estar mal.

¿ Qué es saber Dinámica ?
Rta: Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre.
Y si nadie te dijo esto antes, te lo digo yo ahora :



¿ CÓMO SE HACEN LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ?

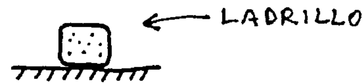
Cuerpo libre significa cuerpo solo, sin nada al lado. Eso es exactamente lo que se hace. Se separa al cuerpo de lo que está tocando (imaginariamente). Se lo deja solo, libre. En lugar de lo que está tocando ponemos una fuerza. Esa fuerza es la fuerza que hace lo que lo está tocando.
Pongo acá algunos ejemplos de diagramas de cuerpo libre. Miralos con atención. Son muy importantes. Tenés que saberlos porque son la base para lo que viene después.

PRINCIPALES DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE QUE HAY QUE SABER

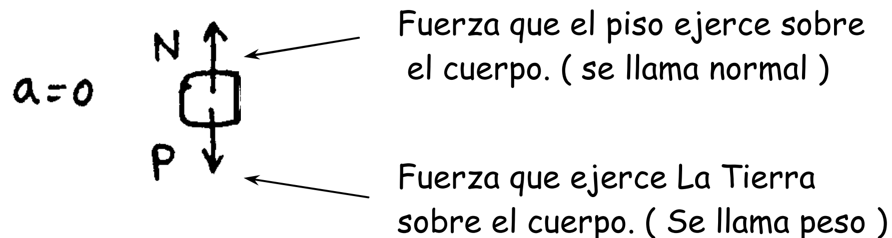
Van acá los principales diagramas de cuerpo libre que tenés que conocer. Son unos 10 diagramas en total. Cada problema que resuelvas va a tener alguno de estos diagramas de cuerpo libre. Por eso hay que conocerlos bien. Empecemos

* CONSTRUIR LOS DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE EN LOS SIGUIENTES CASOS Y ESCRIBIR LAS ECUACIONES DE NEWTON

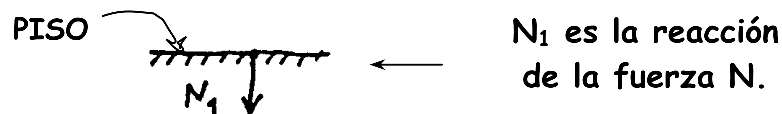
1) Cuerpo apoyado sobre el piso:



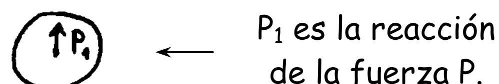
El ladrillo está en equilibrio. No se cae para abajo ni se levanta para arriba. La fuerza peso que tira el ladrillo para abajo, tiene que estar compensada (equilibrada) por la fuerza hacia arriba que ejerce el piso. Es decir:



Las fuerzas **N** y **P** son iguales y contrarias. El cuerpo está en equilibrio. Ahora ojo, son iguales y contrarias **pero no son par acción-reacción.**
¿ Por qué ?
Rta : porque están aplicadas a un mismo cuerpo. Para que 2 fuerzas sean acción - reacción tienen que estar aplicadas a cuerpos **distintos**. En el caso del ladrillo apoyado en el suelo, la reacción a la fuerza N está aplicada sobre el piso. Fijate :

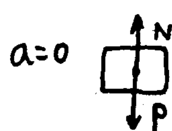


Ahora ¿ Dónde está aplicada la reacción a la fuerza peso ?
Rta: Está aplicada en el centro de La Tierra.



Por ejemplo, si en este caso el peso del ladrillo fuera de 1 Kgf, todas las fuerzas valdrían 1 Kgf. (P, N, P_1, N_1), La cosa está en darse cuenta cuáles de ellas son par acción - reacción. Acá P y P_1 son un par acción-reacción, y N y N_1 es otro.
¿ Lo ves ? (No digas " sí " porque esto no es tan fácil de ver de entrada).

La ecuación de Newton planteada para este diagrama de cuerpo libre queda así:

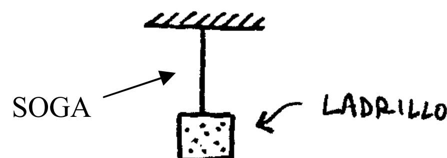


$a = 0$
$N - P = 0$
$(\Rightarrow N = P)$

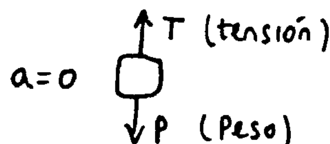
La normal es = al peso para un cuerpo que está apoyado en el piso.

---

2) Cuerpo que cuelga de una soga.



En este caso el análisis es parecido al anterior. El cuerpo está en equilibrio porque no se cae para abajo ni sube para arriba. Esto quiere decir que la fuerza que hace la cuerda al tirar para arriba tiene que ser igual al peso del cuerpo tirando para abajo. Hagamos el diagrama de cuerpo libre:



← Diagrama de cuerpo libre.

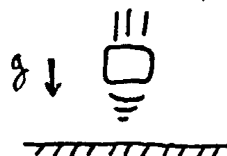
La ecuación de Newton queda así:

$$T - P = m.a \rightarrow T - P = 0 \ \ (\text{porque } a = 0)$$

$$\rightarrow \underline{T = P}$$

---

3) Un cuerpo que está cayendo por acción de su propio peso.



Este ladrillo que cae no está en equilibrio. Se está moviendo hacia abajo con la aceleración de la gravedad. La fuerza peso es la que lo está haciendo caer. El diagrama de cuerpo libre es así:

Esta **g** la pongo para indicar que el cuerpo no está quieto sino que cae con aceleración g.

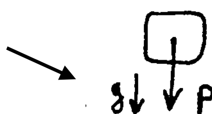




Diagrama de cuerpo libre para un ladrillo que está cayendo.

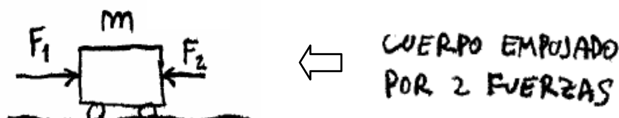
La ecuación de Newton sería F = m.a. En este caso la fuerza F es el peso y la aceleración es la de la gravedad. Entonces me queda :

$$P = m\,.g \qquad \leftarrow \quad \text{Ecuación de N.}$$

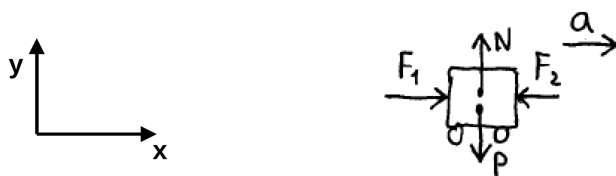
NOTA: Esta ecuación P = m.g la vas a usar mucho. Sirve para calcular el peso en Newtons teniendo la masa en kg y para calcular la masa en kg teniendo el peso en N.

---

4) Cuerpo que es empujado por 2 fuerzas. $F_1 > F_2$. **No hay rozamiento.**



Hagamos el diagrama de cuerpo libre. Tengo F_1 empujando así : → y F_2 tirando para el otro lado. Como F_1 es mayor que F_2 la aceleración va para allá: → . Me queda :

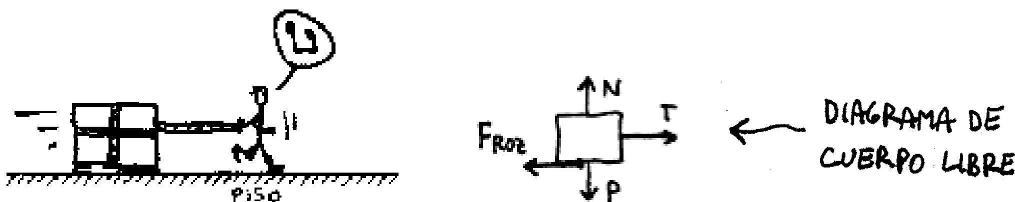


El peso y la normal se compensan y no tienen influencia en el movimiento en dirección horizontal. (Quedaría N = P). Tomo sentido positivo como va la aceleración. (O sea así :→). La ecuación de Newton en x me queda :

$$F_1 - F_2 = m.a$$

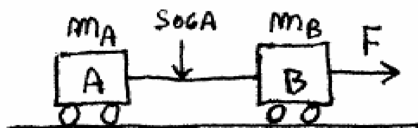
Aclaración: Si F_1 y F_2 fueran para el mismo lado quedaría $F_1 + F_2 = m.a$

NOTA : Esta situación parece fácil y es fácil, pero hay que saberla bien porque la vas a ver en muchos problemas en forma encubierta. Por ejemplo, es la situación típica de un cuerpo que es arrastrado con una soga por un piso con rozamiento. Fijate :

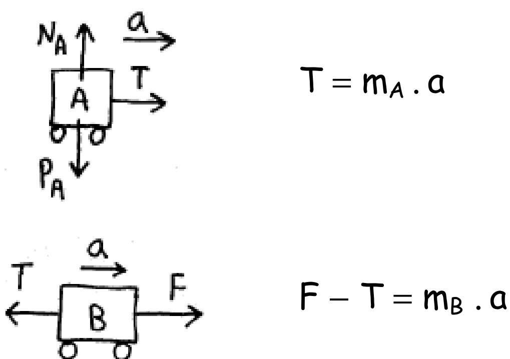


El diagrama parece diferente, pero en realidad es igual al anterior.

5) Dos cuerpos unidos por una soga que son arrastrados por una fuerza F



En este ejemplo hay 2 cuerpos, entonces habrá 2 diagramas de cuerpo libre. Cada cuerpo tendrá su ecuación. Habrá 2 ecuaciones de Newton. Hago los diagramas y planteo las ecuaciones.



Ahora quiero que veas unas cosas interesantes sobre este ejemplo. Fijate :

* En la dirección vertical no hay movimiento de manera que los pesos se equilibran con las normales, es decir $P_A = N_A$ y $P_B = N_B$.

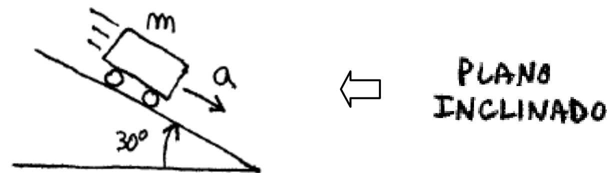
* En el diagrama del cuerpo **B**, la fuerza **F** debe ser **mayor** que la tensión de la cuerda para que el tipo vaya para allá ⟶ . Si fuera al revés, ($F < T$) el cuerpo B iría para el otro lado.
* La fuerza F " no se transmite " al cuerpo **A**. F está aplicada sobre el cuerpo **B**. Lo que tira del cuerpo **A** es la tensión de la cuerda. (únicamente).

* La tensión de la cuerda es la misma para los dos cuerpos. No hay T_1 y T_2 . Hay sólo una tensión de la cuerda y la llamé T .

* Los dos cuerpos se mueven con la misma aceleración porque están atados por la soga y van todo el tiempo juntos.

* En **B** hice $F - T = m \cdot a$, y **NO** $T - F = m \cdot a$. Esto es porque la fuerza que va en sentido de la aceleración es F.

6) Cuerpo que cae por un plano inclinado con aceleración a.



Fijate como queda el diagrama de cuerpo libre: La normal ahora es perpendicular al plano. La fuerza peso se descompone en dos, P_X y P_Y. La componente del peso en equis se llama P_X. Es paralela al plano. Esta P_X vale P x Sen 30°. (Esto hay que pensarlo un poco). La componente del peso en Y se llama P_Y. Es perpendicular al plano. Esta P_Y vale P x Cos 30°. (Esto también hay que pensarlo un poco).
El diagrama queda así :

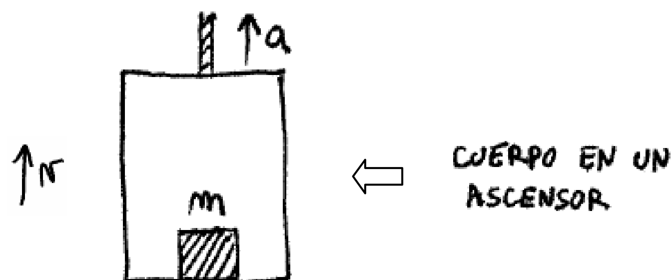


Para plantear las ecuaciones de Newton hay que mirar bien el diagrama: En la dirección **y** la Normal se compensa con el peso. Queda : $N - P_Y = 0$. (O sea, $N = P_Y$). En la dirección equis la componente P_X arrastra al cuerpo para abajo y lo hace caer con aceleración a. Queda : $P_X = m.a$.

Fijate que la aceleración en equis no es la de la gravedad. La aceleración en equis es MENOR que la de la gravedad. Después vamos a ver como se calcula esta aceleración cuando veamos específicamente el tema plano inclinado.

---

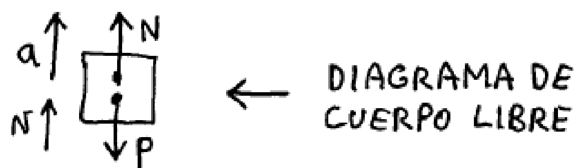
7) Cuerpo que sube en un ascensor con aceleración a. ⟵ VER



Acá la idea es hacer el diagrama de cuerpo libre del cuerpo, no del ascensor.

Si te fijás un poco vas a ver que este problema tiene varias posibilidades: el ascensor podría estar subiendo o bajando. A su vez el ascensor podría estar yendo cada vez más rápido o cada vez más despacio. Incluso el ascensor podría estar subiendo o bajando a velocidad constante. (O sea, sin aceleración).

En total son 6 posibilidades. De estas 6 posibilidades, voy a analizar una sola. Supongamos que el ascensor está subiendo (v ↑) y va cada vez más rápido (a ↑). En ese caso, el diagrama de cuerpo libre queda así :



En este diagrama de cuerpo libre N es la fuerza normal que hace el piso. Es el piso del ascensor el que está empujando al cuerpo para arriba y lo obliga a subir. La fuerza que hace el piso sobre el cuerpo se llama Normal. La palabra "normal" en matemática significa " perpendicular ". La fuerza normal es siempre perpendicular al piso. De ahí viene su nombre.

La ecuación de Newton sería : **N – P = m.a**

Quiero que veas una cosa: Fijate que en el diagrama de cuerpo libre yo marqué la velocidad (v ↑). Sin embargo, para plantear la ecuación de Newton no tuve en cuenta esta velocidad. La velocidad no aparece en la fórmula. Lo que quiero decir es que:

La velocidad no interviene en los problemas de Dinámica

← VER

Esto es algo importante que uno tarda bastante en entender. La velocidad puede ser de 2 por hora o de mil por hora. Da lo mismo. La ecuación de Newton es siempre **N – P = m.a** . Es más, yo supuse que la velocidad era para arriba. Pero la velocidad podría haber sido para abajo y el asunto no cambiaría. (Es decir, la ecuación seguiría siendo **N – P = m.a**).

Pregunta: ¿ Y si la velocidad hubiera sido CERO ? ¿ La ecuación seguiría siendo **N – P = m.a** ?

Quiero que veas otra cosa. Para ver esto pongamos unos valores. Supongamos que la

masa del cuerpo es de 10 kg y la aceleración es 2 m/s^2 hacia arriba. Si la masa es de 10 kg el peso va a ser 100 Newtons (P = m.g). La ecuación quedaría :

$$N - 100 \text{ Newtons} = 10 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow N = 100 \text{ Newtons} + 10 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow N = 120 \text{ Newtons}$$

Y acá está el asunto: Si te fijás un poco, vas a ver que **la Normal dió mayor que el peso**. El peso es 100. La Normal dió 120. La gente suele pensar que la Normal es siempre igual al peso. Error. Acá tenés un ejemplo donde eso no se cumple. Conclusión: (importante):

La Normal no es siempre igual al peso

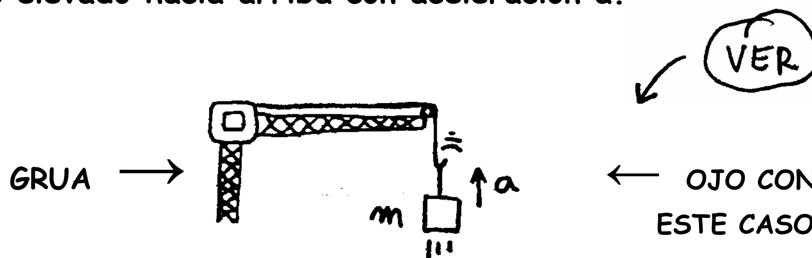
← VER

Es más, puede haber casos donde la Normal sea menor al peso. Esto es fácil de decir, pero... ¿ Podrías encontrar una situación donde la fuerza Normal sea MENOR al peso ? (Hay que pensarlo un poco).

Última pregunta: Supongamos que en un choice aparece la afirmación: "La fuerza Normal es siempre igual al peso del cuerpo". ¿ La marcarías como correcta ? (La gente suele marcarla como correcta).

---

8) Cuerpo que es elevado hacia arriba con aceleración a.



En esta situación el cuerpo no está en equilibrio. La grúa lo está acelerando hacia arriba. Lo levanta con aceleración **a**. (Atento). El diagrama de cuerpo libre y la ecuación correspondiente quedan así:



$$T - P = m.a$$

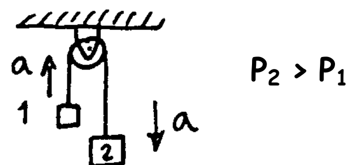
Fijate que puse: " Tensión de la cuerda – Peso = m.a " y no: " P – T = m.a ".
¿ Por qué ?
Bueno, porque según la convención que tomo yo, en la ecuación de Newton, a las fuerzas que van en sentido de la aceleración se le restan las fuerzas que van en sentido contrario. (Y no al revés).

También fijate que la tensión de la cuerda tiene que ser mayor que el peso . Esto pasa porque el cuerpo tiene aceleración para arriba. Para que fuera P > T el cuerpo **tendría que tener aceleración para abajo.**

Acá pasa igual que con el ascensor, hay varias posibilidades: la grúa podría estar subiendo o bajando. Aparte de estar subiendo o bajando, podría estar yendo cada vez más rápido o cada vez más despacio. Y también podría estar subiendo o bajando a velocidad constante. (O sea, sin aceleración). En total son 6 posibilidades. De estas 6 posibilidades yo analicé una sola que fue con el cuerpo subiendo (v ↑) cada vez más rápido (a ↑).

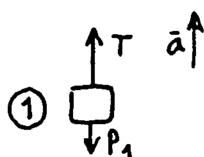
---

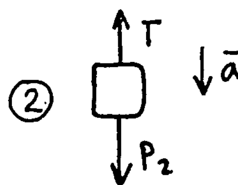
9) Dos cuerpos que pasan por una polea.
A este aparato se lo suele llamar Máquina de Atwood.



$P_2 > P_1$

En este caso todo el sistema acelera como está marcado porque 2 es más pesado que 1. Los diagramas de cuerpo libre son así : (Mirar con atención por favor)

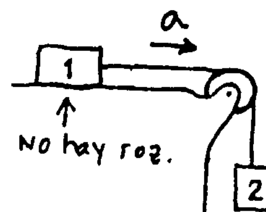




$T - P_1 = m_1 \cdot a$ $\qquad$ $P_2 - T = m_2 \cdot a$

---

10)- Sistema de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 que están unidos por una Polea.Uno está en un plano horizontal y el otro cuelga de una soga. No hay rozamiento.



El peso 2 quiere caer y arrastra al cuerpo 1 hacia la derecha. El sistema no está en equilibrio. Los cuerpos se están moviendo. Todo el sistema tiene aceleración **a**. Para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema hago el diagrama de cuerpo libre. Es este caso serían 2 diagramas, uno para cada cuerpo. Me queda :

DIAGRAMAS



Ecuaciones :

$T = m_1 . a$ $\qquad P_2 - T = m_2 . a$

Fijate que:
La tensión de la cuerda (T) es la misma para el cuerpo 1 y para el cuerpo 2. Esto siempre es así en este tipo de problemas con sogas. No hay 2 tensiones. Hay una sola. (Tamos ?)
El sistema, así como está, siempre va a moverse para la derecha. Sería imposible que fuera para la izquierda. (El peso 2 siempre tira para abajo). La fuerza P_2 es mayor que la tensión de la cuerda. Por ese motivo el cuerpo 2 baja. Si fuera al revés, el cuerpo 2 subiría.
La fuerza N_1 es igual a P_1. La normal es igual al peso si el plano es horizontal. (Si el plano está inclinado **no**).

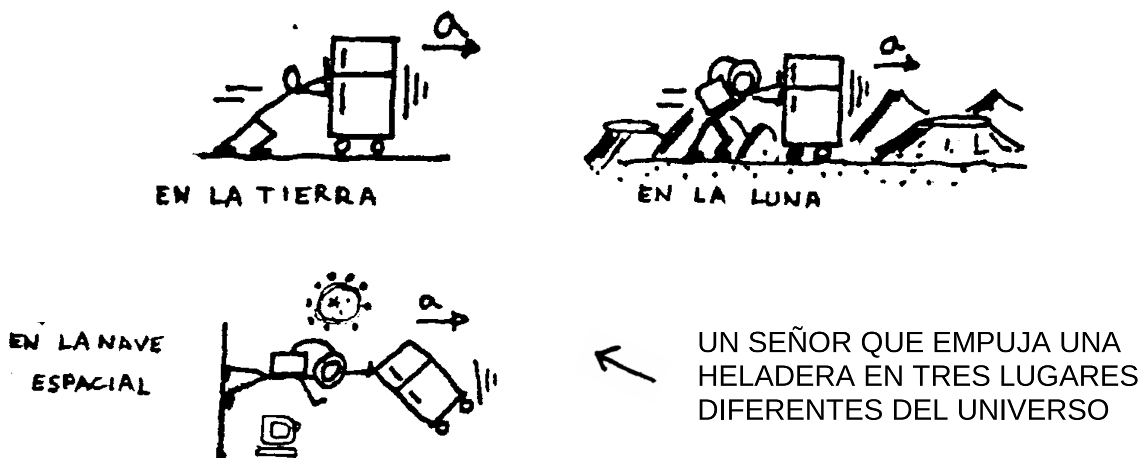
Pregunta tramposa: Para que el sistema se mueva... ¿ obligatoriamente el peso del cuerpo 2 tiene que ser mayor que el peso del cuerpo 1 ? ¿ Qué pasaría si m_1 fuera mayor que m_2 ? ¿ Habría movimiento ? (Cuidado con lo que vas a decir)

Comentario:

Las leyes de Newton no son tan fáciles de entender como parece. Es más, en algunos casos, da la impresión de que la ley de Newton dice que tendría que pasar algo que es al revés de lo que uno cree que tendría que pasar. Ete, ¿ me plico ? A ver: Pongo acá dos problemas conceptuales que me gustaría que mires. Los 2 apuntan a tratar de entender la diferencia entre masa y peso. Fijate :

Una persona desea empujar una heladera que pesa 60 Kgf.
¿ Dónde le resultaría más fácil hacerlo ?
a) - En la Tierra, donde la heladera pesa 60 Kgf.
b) - En la Luna, donde la heladera pesa 10 Kgf.
c) - En una nave espacial donde no pesa nada.

Para entender el asunto conviene considerar que no hay rozamiento entre la heladera y el piso en ninguno de los casos. Hagamos un esquema de las 3 situaciones. Veamos primero lo que nos dice la intuición al respecto:



UN SEÑOR QUE EMPUJA UNA HELADERA EN TRES LUGARES DIFERENTES DEL UNIVERSO

<u>Intuición</u>: bueno, este problema es muy fácil. Más difícil es mover una cosa cuanto más pesa. Por lo tanto en la Tierra me cuesta un poco, en la Luna me cuesta menos, y en el espacio no me cuesta nada. Incluso en el espacio cualquier cosa que uno toque ya sale volando.

Analicemos un poco lo que nos dice la intuición. ¿ Será así ?
<u>Rta</u>: No. La intuición se equivoca. Más difícil es mover un cuerpo (acelerarlo) <u>cuánto más **masa** tiene</u>, y **no** cuanto más pesa. Lo que pasa es que en la Tierra, cuanto más masa tiene un cuerpo, más pesa. De ahí que uno relaciona el esfuerzo que uno tiene que hacer para mover el cuerpo, con el peso que tiene. Esto es verdad <u>EN LA TIERRA</u>. No es verdad en un lugar donde las cosas no tengan peso.

<u>Repito</u>. Para el caso particular de la Tierra **sí** es cierto que hay que hacer más fuerza para mover un objeto pesado que uno liviano. Ahí la intuición no se equivoca. Pero eso no es así en el espacio donde no hay gravedad.
Por lo tanto, la respuesta a este problema es: Si no hay rozamiento, en los tres casos <u>va a costar lo mismo empujar la heladera</u> (acelerarla, quiero decir).
Vamos a otro ejemplo:

Una persona desea patear una pelota de plomo que pesa 60 Kgf.
¿ En donde le va a doler más el pie ? :

a) - En la Tierra. (Peso de la pelota = 60 Kgf)
b) - En la Luna. (Peso de la pelota = 10 Kgf)
b) - En una nave espacial donde la pelota no pesa nada.



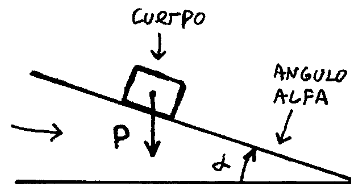
Si lo pensás un poco te vas a dar cuenta de que estamos en el mismo caso anterior. Patear una pelota significa acelerarla hasta que adquiera una determinada velocidad. En los tres casos el pie le va a doler lo mismo. Lo que importa es la **masa** del objeto, no su peso.
Las cosas solo tienen peso en la Tierra o en los planetas. Pero la masa es la cantidad de materia que tiene el cuerpo y, lo pongas donde lo pongas, el objeto siempre tiene la misma masa. Siempre tiene la misma cantidad de partículas.
El dolor que la persona siente depende de la **masa** de lo que quiera patear, y la masa de una cosa no depende de en qué lugar del universo esa cosa esté.

Fin Diagramas de Cuerpo Libre.
Próximo tema: Plano inclinado.

PLANO INCLINADO

DESCOMPOSICIÓN DE LA FUERZA PESO

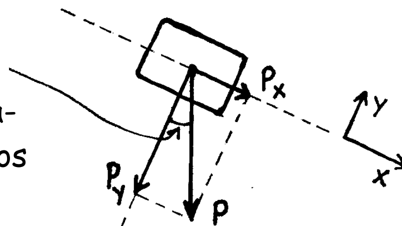
Suponé que tengo un cuerpo que está apoyado en un plano que está inclinado un ángulo α. La fuerza peso apunta para abajo de esta manera:



UN CUERPO APOYADO EN UN PLANO INCLINADO.

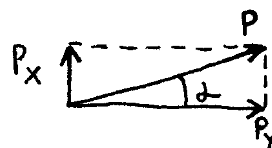
Lo que quiero hacer es descomponer la fuerza peso en 2 direcciones: una paralela al plano inclinado y otra perpendicular. Lo voy a hacer con trigonometría. Fijate:

Este ángulo es igual al ángulo del plano inclinado por alternos internos entre no se qué.



Descomposición de la fuerza peso en las direcciones <u>X</u> e <u>Y</u>

En el dibujo descompuse al peso en las fuerzas " pe equis y P_y " Ahora bien...
¿ Qué son P_x y P_y ?.
P_x es la componente del peso en la dirección del plano inclinado.
P_y es la componente del peso en la dirección $\perp$ al plano inclinado.
Ahora bien, ¿ Cuánto valen P_x y P_y ? Es decir, ¿ Cómo las calculo ?
Bueno, si inclino el triángulo para que el asunto se entienda mejor, me queda un lindo dibujito en donde puedo calcular por trigonometría los valores de Pe_x y Pe_y .



GIRO

VER

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{P_x}{P} \Rightarrow \boxed{P_x = P \cdot \text{sen}\,\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow \boxed{P_y = P \cdot \cos\alpha}$$

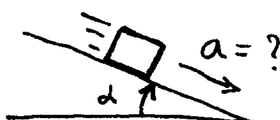
← COMPONENTES DE LA FUERZA PESO

Este asunto de que las componentes del peso valen $P_x = P \,.\, \text{sen}\ \alpha$ y $P_y = P \,.\, \cos\ \alpha$, o lo razonás, o te lo acordás de memoria, pero tenés que saberlo porque se usa todo el tiempo en los problemas de plano inclinado. Vamos a un ejemplo a ver si me seguiste.

PROBLEMA

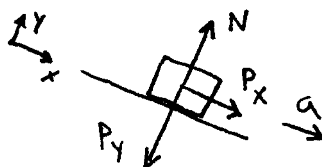
CALCULAR CON QUÉ ACELERACIÓN CAE UN CUERPO POR UN PLANO INCLINADO DE ÁNGULO ALFA. (NO HAY ROZAMIENTO).

Lo que el problema plantea es esto:



⇐ CUERPO CAYENDO POR EL PLANÍFERO INCLINADO.

Voy a descomponer la fuerza peso en las direcciones equis e **y** :



⇐ DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE.

Fijate que la fuerza que lo tira al tipo para abajo es P_x . Ni P_y, ni N tienen influencia sobre lo que pasa en el eje **x** porque apuntan en la dirección del eje **y**. Por eso es que se descompone a P en una dirección paralela y en otra perpendicular al plano inclinado.

Planteo la ley de Newton para el eje **x**. La sumatoria de las fuerzas en el eje equis va a ser la masa por la aceleración en el eje equis. Eso se pone :

$$\Sigma F_{\text{en el eje X}} = m \,.\, a_{\text{en el eje X}}$$

$$\Rightarrow P_x = m \,.\, a_x$$

$$\Rightarrow P \,.\, \text{sen}\ \alpha = m \,.\, a$$

$$\Rightarrow \cancel{m}\ g\ \text{sen}\ \alpha = \cancel{m} \,.\, a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g \times \text{sen}\ \alpha}$$

⇐ ACELERACION **DE CAIDA**

Por favor recordá la ecuación $\mathbf{a = g \times sen\ \alpha}$ porque la vas a necesitar muchas veces más adelante. Repito: Lo que calculamos es que :

LA ACELERACION QUE TIENE UN CUERPO QUE CAE POR UN PLANO INCLINADO QUE FORMA UN ANGULO ALFA VALE : $\mathbf{a = g\,.sen\ \alpha}$.
(Ojo, esto sólo vale cuando <u>NO</u> hay rozamiento)

← VER

Ahora fijate. Vamos a hacer un análisis chiche - bombón de la fórmula $a = g\,.\,sen\,\alpha$
A ver si me seguís.

No sé si te diste cuenta de que para llegar a la expresión $a = g\,.\,sen\ \alpha$ <u>tuve que simplificar la masa</u>. Eso quiere decir que la aceleración con la que el tipo cae por el plano inclinado...

¡ no depende de la masa !

¿ Cómo que no depende de la masa ?... ¿ y de qué depende ?

<u>Rta</u>: Depende sólo del ángulo <u>alfa</u> y de la aceleración de la gravedad <u>ge</u> .

Es decir que si yo tengo una bajada que tiene un ángulo de 20 grados, todas las cosas que caigan por ahí, lo harán con la misma aceleración.

Aclaro esto porque cuando hay una calle en bajada, la gente suele pensar que al sacar el pie del freno, un auto empieza a caer más rápido que un camión.



Sin hilar fino, por la bajada de una plaza, una pelota, una bicicleta y una patineta caen con la misma aceleración. Si se las deja caer en el mismo momento, ninguno le ganará al otro. Todos van a bajar con aceleración $a = g\,.\,sen\,\alpha$.

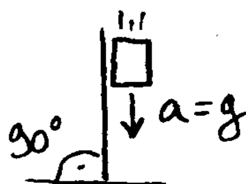
Pregunta: ¿ Y si en la bicicleta va un tipo de 300 kilos ?... ¿ no va a ir cayendo más despacio ?
Rta: No.
¿ Cae más rápido ?.
- No.
Eeeehhhh, ... ¿ cae igual ?
- Exactamente.

Ahora, analicemos esto otro caso : ¿ qué pasaría si alfa fuera cero ?
Bueno, según la fórmula $a = g \cdot \text{sen } \alpha$, la aceleración daría cero. ($\text{sen } 0° = 0$).
¿ Está bien eso ?.
Rta: Sí, está bien, porque si el ángulo fuera cero, el plano sería horizontal:



← Caso $\alpha = 0$
($\Rightarrow a = 0$).

¿ Y qué pasaría si el ángulo fuera 90° ?
Bueno, sen 90° = 1, de manera que $g \cdot \text{sen } 90°$ me da g. Es decir, si el ángulo fuera de 90° , el tipo caería con la aceleración de la gravedad.
Esto también está bien porque estaría en este caso:



← Situación para
$\alpha = 90°$ ($a = g$)

Este análisis de lo que pasa cuando α es igual a cero o á 90° es importante porque lo ayuda a uno a darse cuenta si se equivocó o no. Por ejemplo, si me hubiera dado $a = 10 \text{ m/s}^2$ para $\alpha = 0$, eso me estaría indicando que hice algo mal.

MÉTODO PARA RESOLVER LOS PROBLEMAS DE DINÁMICA

Los problemas de dinámica no son todos iguales pero suelen pedir calcular cosas parecidas. Generalmente, la tensión de la cuerda y la aceleración del sistema. Para ese tipo de problemas hay una serie de pasos que conviene seguir. Estos pasos son:

1 - Hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen en el problema. Si hay un solo cuerpo, habrá un solo diagrama. Si hay 2 cuerpos habrá 2 diagramas, etc.

2 - De acuerdo al diagrama de cuerpo libre, planteo la 2ª ley de Newton:

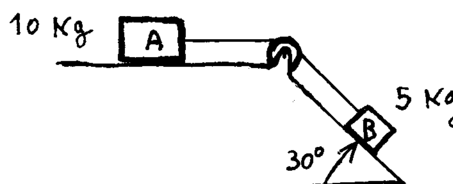
$$\Sigma F = m \cdot a$$

3 - Para cada diagrama de cuerpo libre voy a tener una ecuación. De la ecuación (o sistema de ecuaciones) que me queda despejo lo que me piden.

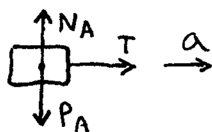
Este método para resolver problemas de dinámica sirve para cualquier tipo de problema, sea con rozamiento, sin rozamiento, plano horizontal, plano inclinado o lo que sea. Fijate cómo se usa el método en un problema.

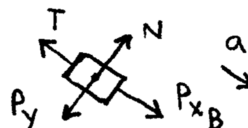
Ejemplo :

Para el sistema de la figura calcular la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda. (No hay rozamiento).



1 - Para resolver el problema hago el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos que intervienen:





Fijate cómo puse el sentido de la aceleración. **a** no puede ir al revés, porque el cuerpo A no puede tirar para arriba y hacer que suba el B.

2 - Para cada diagrama planteo la ecuación de Newton:

Para A: $T = m_A \times a$

Para B: $Px_B - T = m_B \times a$

3 - De las ecuaciones que me quedan voy a despejar lo que me piden.

El planteo del problema ya terminó. Lo que sigue es la parte matemática que es resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. Para resolver este sistema de 2 x 2 podés usar el método que quieras. (Sustitución, igualación, etc).

Yo te recomiendo que para los problemas de dinámica uses siempre el método de suma y resta. El método consiste en sumar las ecuaciones miembro a miembro. Como la tensión siempre está con signo (**+**) en una de las ecuaciones y con signo (–) en la otra, se va a simplificar. Apliquemos entonces suma y resta. Lo que tenía era esto:

$$\begin{cases} T = m_A \times a \\ Px_B - T = m_B \times a \end{cases}$$

Sumo miembro a miembro las ecuaciones y me queda:

$$\cancel{T} + Px_B - \cancel{T} = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow \quad Px_B = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; m_B g \cdot sen \; 30 = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$\Rightarrow \; 5\,Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0.5 = (10\,Kg + 5\,Kg)\; a$$

$$\Rightarrow 25\,Kg \frac{m}{s^2} = 15\,Kg \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1{,}\hat{6}6 \frac{m}{s^2}} \longleftarrow$$

Aceleración con que se mueve el sistema.

¿ Cómo calculo la tensión en la cuerda ?

Rta: Bueno, lo que tengo que hacer es reemplazar la aceleración que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que tenía al principio. Por ejemplo :

$$T = m_A \times a$$

$$\Rightarrow \; T = 10 \; Kg \times 1{,}\hat{6} \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 16{,}\hat{6} \; N.} \leftarrow$$

Tensión en la cuerda.

Puedo verificar este resultado reemplazando <u>**a**</u> en la otra ecuación y viendo si me da lo mismo. Probemos a ver si da:

$$P_{Bx} - T = m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P_{Bx} - m_B \,.\, a$$

$$\Rightarrow \quad T = P \,.\, sen\; 30° - m_B \,.\, a$$

$$T = 5\ Kg \,.\, 10\ \frac{m}{s^2} \,.\, 0{,}5 - 5\ Kg \,.\, 1{,}66\ \frac{m}{s^2}$$

$\rightarrow$ <u>T = 16,6 N</u> (Dió lo mismo, iupi)

Y ahora vamos al punto importante. Y esto sí quiero que lo veas bien. Fijate. Para resolver el problema yo plantee una serie de ecuaciones. (2 en este caso). Ahora bien, estas ecuaciones fueron planteadas **<u>de acuerdo al diagrama de cuerpo libre</u>**. Ese es el truco. ¿A qué voy ?
Voy a que si los diagramas de cuerpo libre están **mal,** las ecuaciones también van a estar **mal**. $\Rightarrow$ **Mal el planteo del problema** $\Rightarrow$ **NOTA**: 2 (dos)

¿ Una fuerza de más en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza de menos en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza mal puesta en el diagrama ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.
¿ Una fuerza puesta al revés de como va ? $\rightarrow$ Todo el problema mal.

Entonces, mi sugerencia para que tengas <u>MUY</u> en cuenta es :

Siempre revisar los diagramas de cuerpo libre antes de empezar a resolver el sistema de ecuaciones.

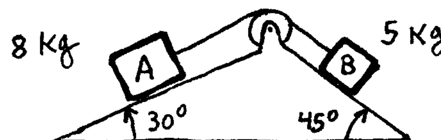


<u>VER</u>

<u>Otro ejemplo de plano inclinado</u>:

(**ATENCION** : Problema en dónde no se sabe para dónde va la aceleración).

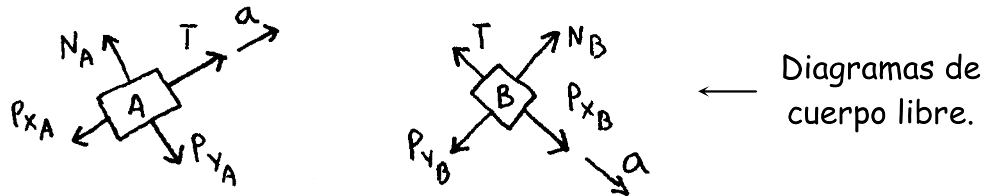
Calcular la aceleración de los cuerpos y la tensión en la soga para el sistema de la figura. (No hay rozamiento).



Acá tengo un problema. No sé si el sistema va para la derecha o para la izquierda. **A** es más pesado que **B,** pero el ángulo del plano inclinado es más chico, así que a ojo no se puede saber.
¿ Y ahora ?
Bueno, Si no sé para dónde apunta la aceleración... ¿ Cómo sé qué fuerzas son positivas y qué fuerzas son negativas ? (Atenti !)

A esto quería llegar. Fijate. Acá hay que usar un truco. Lo que se hace en estos casos es lo siguiente: Se supone un sentido para la aceleración y se ve qué pasa. (Importante). Al final, el problema dirá si la aceleración va en ese sentido o al revés.
¿ Cómo me doy cuenta de esto ?
Rta: Por el signo. Si dá con signo menos es que va al revés. Ahora vas a ver.

En este caso voy a suponer que el sistema va para allá →, es decir, que el cuerpo **A** sube y el **B** baja. Los diagramas de cuerpo libre quedan así:



Las ecuaciones van a ser éstas:

Para A: $T - Px_A = m_A \times a$

Para B: $Px_B - T = m_B \times a$

Estas 2 ecuaciones forman un sistema de 2 por 2.

$$\begin{cases} T - P_A . \text{sen } 30° = m_A . a \\ P_B . \text{sen } 45° - T = m_B . a \end{cases}$$

¿ Cómo resuelvo este choclazo ? RESPUESTA: sumando las ecuaciones.

$$\not{T} - P_A . \text{sen } 30° + P_B . \text{sen } 45 - \not{T} = m_A . a + m_B . a$$

Las tensiones se simplifican porque una es positiva y la otra es negativa.
Entonces :

$$- P_A . \text{sen } 30° + P_B . \text{sen } 45 = (m_A + m_B) . a$$

Despejo a :

$$\Rightarrow \quad a = \frac{-P_A \cdot 0{,}5 + P_B \cdot 0{,}707}{m_A + m_B}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{-8Kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 0{,}5 + 5Kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 0{,}707}{8Kg + 5Kg}$$

VER

$$a = -\,0{,}357\ \frac{m}{s^2}$$

⇦ **ACELERACION DEL SISTEMA**

Ahora fijate esto: ¿ Qué pasa acá ? La aceleración me dio negativa ! ?
¿ Qué significa eso ?
Y, nada, quiere decir que la aceleración va **al revés** de como yo la puse.
Yo dije que iba para allá → , pues bien, me equivoqué y va para allá ← .
(es decir, **A** baja y **B** sube).
Atento!. Este análisis de lo que pasa con el signo de la aceleración es importante!.
Pero no te asustes. Es lo que te dije antes. Si **a** te da negativa , significa que el sistema se mueve al revés de lo que uno supuso. Eso es todo .

Ahora calculo la tensión en la cuerda. Reemplazo la a que obtuve en cualquiera de las ecuaciones que puse al principio:

$$T - P_A \,.\, \text{Sen}\, 30° = m_A \,.\, a$$

Ojo, reemplazo la aceleración pero con el signo que obtuve antes. (Es decir, negativo). Entonces reemplazo a por – 0,375 m/s^2 y me queda :

$$\Rightarrow T = 80N \cdot 0{,}5 + 8Kg \cdot \left(-0{,}357\ \frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 37{,}14\ N}$$ ← Tensión en la cuerda

Verifico reemplazando la aceleración en la otra ecuación:

$$P_B.\ \text{sen}\ 45 - T = m_B \,.\, a$$

$$T = P_B \times 0{,}707 - m_B \times a$$

$$\rightarrow \quad T = 50\ N \times 0{,}707 - 5\ Kg \times (-0{,}357\ m/s^2)$$

$$\rightarrow T = 37{,}14\ N$$

Disculpame que insista sobre una cosa: Fijate en los ejemplos anteriores.
Todo el truco para resolver el problema consistió en hacer los diagramas de cuerpo libre. Una vez que los diagramas están hechos... ya está ! Ahora el planteo de las ecuaciones es fácil. Si un problema no te sale, revisá el diagrama de cuerpo libre.
Antes de entregar la hoja volvé a mirar el diagrama de cuerpo libre.

Saber dinámica es saber hacer diagramas de cuerpo libre. Ellos lo saben y sobre eso van tomar los problemas. Por cualquier duda que tengas, fijate al principio donde empieza lo de Dinámica. Ahí puse los diagramas de cuerpo libre más simples de todos. Los diagramas para casos más complicados son mezcla de estos más simples.

Y si no, podés consultarlos a ellos. Pero no vayas con un papelito en blanco a decirle " éste no me salió ". Porque ante la frase: " no se cómo empezar " lo primero que te va a decir el tipo es: A ver, dibujame los diagramas de cuerpo libre. Y cuando vos le digas: " no, yo la verdad es que esto de los diagramas de cuerpo libre no lo entiendo muy bien... " ¡ ALPISTE, FUISTE !

No existe " no entender diagramas de cuerpo libre ". Si no entendés diagramas de cuerpo libre, no entendés dinámica.

El diagrama de cuerpo libre es lo fundamental acá.
¿ Me seguiste ?.
Creo que fui claro, no ?

Fin de la Teoría de Plano Inclinado.
Próximo tema: **Rozamiento.**

DINÁMICA – PROBLEMAS SACADOS DE PARCIALES

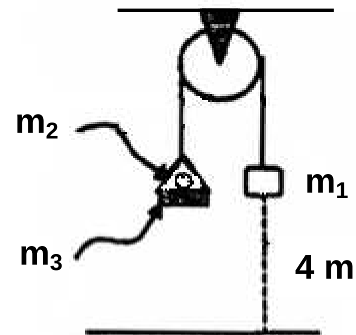
Pongo acá algunos problemas que saqué de parciales que fueron tomados en los últimos años. Algunos ejercicios son choice, otros no. Algunos combinan dinámica con cinemática. (Se puede). También puede haber problemas de dinámica combinados con energía. Esos problemas los voy a poner después, al final de lo de Energía. Vamos primero a los problemas de dinámica común sin rozamiento

---

PROBLEMAS DE DINÁMICA SIN ROZAMIENTO

1 - El sistema de la figura donde $m_1 = 6$ kg y $m_3 = 3$ kg está inicialmente en reposo.
Se lo suelta y se verifica que la masa m_1 tarda 2 seg en tocar el piso. Calcular :

a) La aceleración de m_2 durante el movimiento.
b) El valor de m_2
c) La fuerza de contacto entre los cuerpos 2 y 3 durante el movimiento



Solución: a) - Dicen que m_1 tarda 2 segundos en tocar el suelo. Puedo plantear :

$$Y = 4\ m + 0 - \tfrac{1}{2}\ a\ (\ 2\ s\ )^2$$

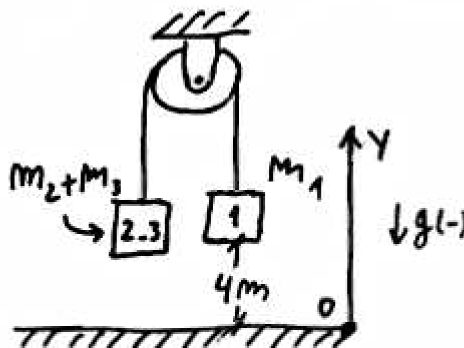
Ojo, fijate que la aceleración de caída no es la de la gravedad. Tomo el eje Y para arriba. Al llegar al suelo y = 0, entonces :

$$0 = 4\,m - \frac{1}{2}\,a\,4\,s^2$$

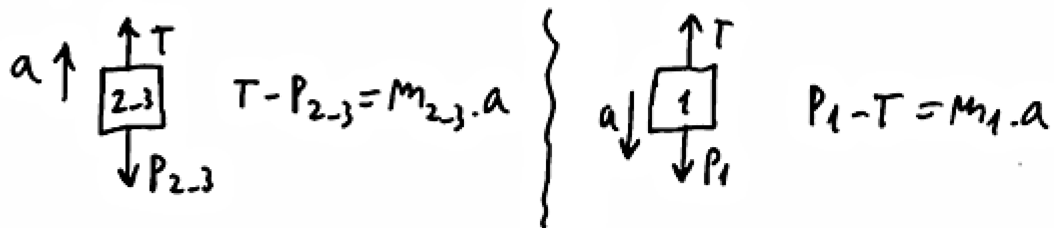
$$\Rightarrow \quad a \cdot 2\,s^2 = 4\,m$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = 2\,\frac{m}{s^2}} \leftarrow \text{aceleración de 1 y de 2-3}$$

b) - Para facilitar las cosas voy a tomar a las masas 2 y 3 como un solo cuerpo. Este es un truco que conviene saber. No voy a calcular m_2. Voy a calcular $m_{2\text{-}3}$.



Hagamos los diagramas de Cuerpo Libre:



Sumando las ecuaciones:

$$P_1 - P_{2-3} = m_{23}\,a + m_1\,a$$

$$\Rightarrow m_1 g - m_{2-3}\,g = m_{23}\,a + m_1\,a$$

$$\Rightarrow m_1 g - m_1\,a = m_{23}\,a + m_{23}\,g$$

$$\Rightarrow m_1 (g - a) = (a + g)\,m_{23}$$

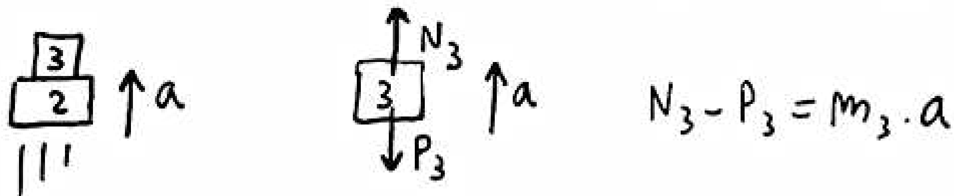
$$\Rightarrow m_{23} = \frac{m_1\,(g - a)}{g + a}$$

$$m_{23} = \frac{6\,Kg\,.(10 - 2)}{10 + 2} = 4\ Kg$$

$$\Rightarrow m_2 = m_{23} - m_3 \Rightarrow m_2 = 4Kg - 3\,Kg$$

$$\boxed{m_2 = 1\,Kg}$$

c)_ Para calcular la Fuerza de contacto entre 2 y 3 tengo que hacer el diag. de cuerpo libre de los 2 cuerpos juntos. De los 2 cuerpos analizo solamente el diagrama del ③.



De $N_3 - P_3 = m_3 . a$ despejo N_3. La normal 3 es la fuerza de contacto entre los 2 cuerpos. Me queda:

$$N_3 = P_3 + m_3 \cdot a \Rightarrow$$

$$N_3 = 30N + 3Kg \cdot 2\frac{m}{s^2}$$

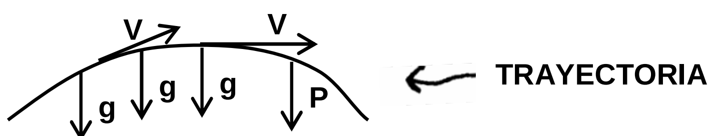
$$\Rightarrow \boxed{N_3 = 36N}$$

---

2 - En todo tiro oblicuo en el vacío en las proximidades de las superficie terrestre se cumple que :

a) La fuerza neta (resultante) y la velocidad son siempre tangentes a la trayectoria
b) La fuerza neta (resultante) y la aceleración son siempre tangentes a la trayectoria
c) No hay fuerza neta (resultante) y la velocidad es siempre tangente a la trayectoria
d) La fuerza neta (resultante) y la aceleración son siempre perpendiculares entre sí
e) La fuerza neta (resultante) y la velocidad son siempre perpendiculares entre sí
f) La fuerza neta (resultante) y la aceleración tienen siempre dirección radial y el mismo sentido

Solución:
En un tiro oblicuo la aceleración es todo el tiempo la de la gravedad. (g). La gravedad es vertical y apunta para abajo. La velocidad es siempre tangente a la trayectoria. La única fuerza que actúa es el peso del objeto que va para abajo (El peso es la fuerza neta, o sea, la resultante). Hagamos un dibujito de un tiro oblicuo:



Conclusión ? Tanto el peso como la aceleración apuntan para abajo. Correcta la última opción (f).

---

3 - Una persona de masa M está parada sobre una balanza dentro de un montacargas. Si la balanza marca menos que su peso, entonces el monta-cargas :

- ☐ Sube a velocidad constante
- ☐ Baja a velocidad constante
- ☐ Asciende acelerando
- ☐ Se encuentra en reposo
- ☐ Desciende acelerando
- ☐ Desciende frenando

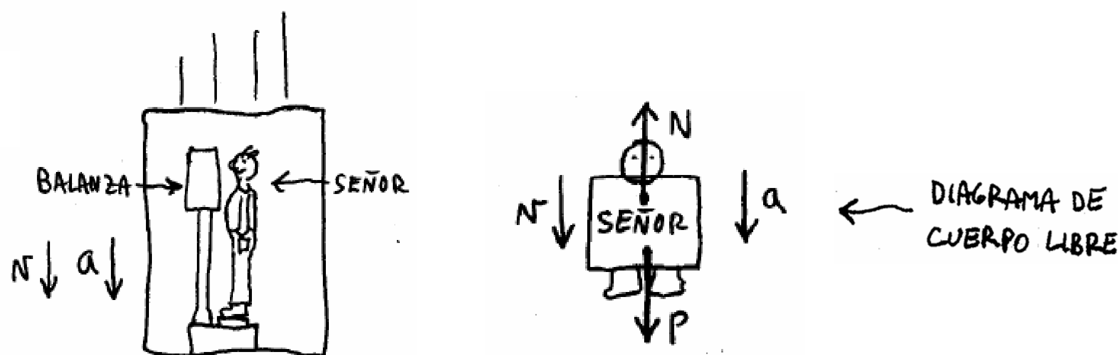
Solución: Hay un señor parado en una balanza que está dentro de un ascensor. Dicen que la balanza marca menos que su peso. Por empezar hay que entender que lo que marca la balanza es la fuerza normal. En realidad uno tendría que plantear todas las situaciones posibles y hacer los diagramas de cuerpo libre en cada caso y ver que pasa. Pero uno lo puede pensar un poco. Analicemos así:

1 - La normal va a ser igual al peso en estas 3 situaciones: ascensor quieto, o ascensor que sube con velocidad constante o ascensor que baja con velocidad constante

2 - La normal va a ser mayor al peso si el ascensor sube acelerando o si baja frenando.

3 - La normal va a ser menor al peso si el ascensor sube frenando o si baja acelerando.

O sea que estamos en la situación 3: el ascensor sube frenando o baja acelerando. Hagamos un dibujito y el diagrama de cuerpo libre :



La ecuación de Newton queda P - N = m.a

$$\Rightarrow N = P - m.a$$ ← N ES MENOR QUE P

Correcta la anteúltima opción: **Baja acelerando**

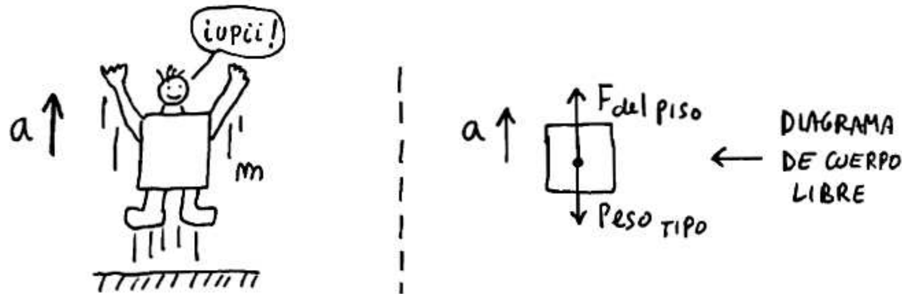
NOTA: Puesto que este problema es architomado en los parciales, conviene saber este truco: si el ascensor sube acelerando o si baja frenando **la persona tiende a apretarse contra el piso**. (Esto pasa por inercia). Entonces la balanza va a marcar más que el peso porque aumenta la normal.
Si el ascensor sube frenando o si baja acelerando, la persona tiende a despegarse del piso. (Inercia). Entonces la balanza va a marcar menos que el peso porque la normal disminuye.

4- Un niño de 20 kg salta hacia arriba con una aceleración de despegue de 15 m/s^2. ¿ cuánto vale la fuerza que el piso ejerció sobre el niño durante el despegue ?

☐ 700 N ☐ 500 N ☐ 300 N ☐ 200 N ☐ 100 N ☐ cero

El enunciado no se entiende bien. Lo que están diciendo es que una persona salta para arriba impulsándose en el piso. Preguntan qué fuerza hace el piso sobre la persona.

Hagamos un dibujito y el diagrama de cuerpo libre :



En base al diagrama de cuerpo libre planteo la ecuación de Newton. Me queda :

$$F_{PISO} - P_{TIPO} = m \cdot a$$

$$F_{Piso} - m\,g = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F_{PISO} = m\,a + m\,g$$

$$F_{PISO} = 20\ kg\ .\ 15\ m/s^2 + 20\ kg\ .\ 10\ m/s^2$$

$$\boxed{F_{PISO} = 500\ Newtons}$$ ⇐ FUERZA QUE HACE EL PISO SOBRE LA PERSONA

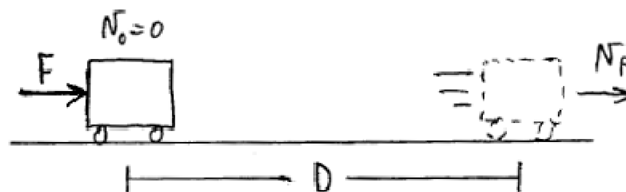
Correcta la 2da

---

5 – Bajo la acción de una fuerza resultante, un cuerpo que parte del reposo, recorre una distancia D hasta alcanzar una velocidad V. si se repite la situación aplicando el doble de fuerza, ¿ qué distancia aproximada recorrerá hasta alcanzar el doble de velocidad V ?

☐ D ☐ 4D ☐ 1,41 ☐ 0,5 D ☐ 0,71 D ☐ 2D

SOLUCIÓN – Dicen que hay un carrito que es empujado por una fuerza F. El carrito recorre una distancia D. El enunciado está todo con letras. Se puede resolver así pero es un poco largo. Voy a dar algunos valores. Hagamos un dibujito :



Supongo F = 10 N, m = 2 kg y V_F = 10 m/seg. Calculo la aceleración :

$$F = m \cdot a \Rightarrow$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10\,N}{2\,kg} = 5\,\frac{m}{s^2}$$

Se puede sacar el tiempo que tarda en recorrer la distancia D, pero es más largo. Uso la ecuación complementaria para sacar D.

$$v_f^2 - \cancel{v_0^2} = 2\,a\,\Delta X \Rightarrow \left(10\,\frac{m}{s}\right)^2 = 2 \cdot 5\,\frac{m}{s^2} \cdot D$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 10\,m}$$

Planteo todo de nuevo pero con las nuevas condiciones :

Ahora, $F_2 = 2F_1 = 20\,N$; $m = 2\,kg$; $v_F = 2\,v_{F_1} = 20\,\frac{m}{s}$

$$F = m \cdot a \Rightarrow a_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{20\,N}{2\,kg} = 10\,\frac{m}{s^2}$$

$$v_{F_2}^2 = 2\,a_2\,\Delta X_2 \Rightarrow \left(20\,\frac{m}{s}\right)^2 = 2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2} \cdot D_2$$

$$\Rightarrow 400\,\frac{m^2}{s^2} = 20\,\frac{m}{s^2} \cdot D_2$$

$$\Rightarrow D_2 = 20\,m$$

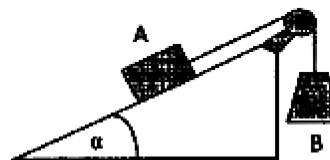
Me dio que D_1 es 10 m y D_2 es 20 m. Quiere decir que :

$$\Rightarrow \boxed{D_2 = 2\,D_1}$$ Correcta la última

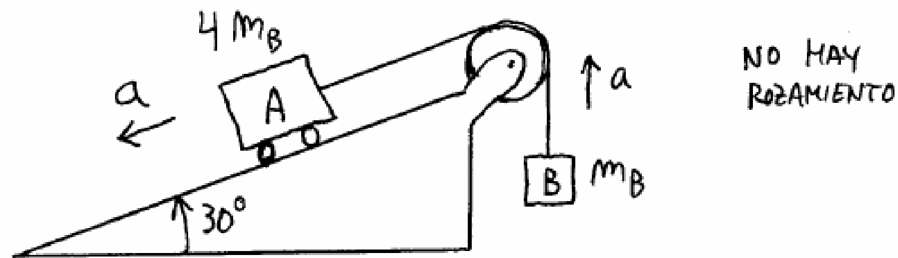
---

6 – En el sistema de la figura α = 30º y $m_A = 4\ m_B$. Calcular :

a) - ¿ Con qué aceleración se moverá el sistema ?
b) – Si se saca el cuerpo B y se aplica en la soga una fuerza F = m_B.g ¿ cuánto valdrá la aceleración de A en este nuevo esquema ? Justifique.

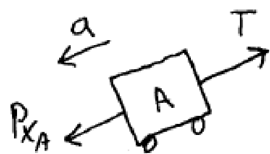


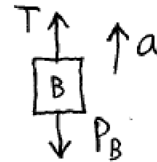
Me dan 2 cuerpos. El A está en un plano inclinado. No me dan las masas de los cuerpos pero me dicen que m_A es 4 veces m_B . Hago el dibujito :



Necesito saber para que lado se va a mover el sistema. Calculo P_{XA} y me da 2 m_B.g . Este P_{XA} es mayor que el P_B que está del otro lado. Quiere decir que el sistema se va a mover como lo marqué en el dibujo. (O sea, A baja y B sube).

Ahora para cada cuerpo hago los diagramas de cuerpo libre y planteo las ecuaciones de Newton. (Atento) :





← DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$P_{XA} - T = m_A \, a \qquad T - P_B = m_B . a$$

Sumando las ecuaciones:

$$P_{XA} - P_B = m_A \, a + m_B \, a \Rightarrow$$

$$m_A \, g \, \text{Sen } 30^\circ - m_B \, g = (m_A + m_B) \, a$$

Me dicen que m_A es 4 veces m_B. Tonces :

$$m_A = 4 \, m_B \Rightarrow$$

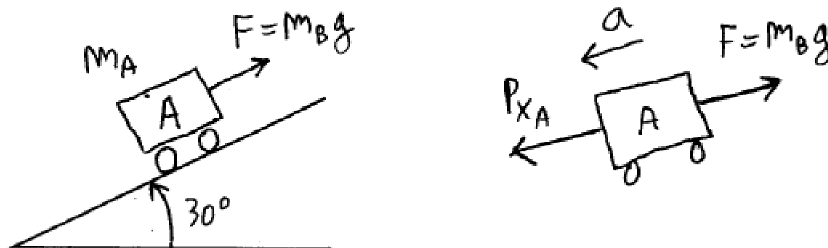
$$4 \, m_B \, g . 0{,}5 - m_B \, g = (4 \, m_B + m_B) \, a$$

$$\rightarrow \quad 2 \, m_B.g - m_B.g = 5 \, m_B \, . \, a$$

$$\rightarrow \quad \cancel{m_B}.g = 5 \, \cancel{m_B} \, . \, a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g/5 = 2 \, \frac{m}{s^2}} \leftarrow \text{ACELERACIÓN DEL SISTEMA}$$

b) – Ahora saco el cuerpo B. Me queda esto :



Me fijo si el cuerpo A sube o baja. Veamos. P_{XA} vale 2 $m_B.g$. Es mayor que la fuerza $m_B.g$ que tira para arriba. Quiere decir que la aceleración de A es hacia abajo (La marqué en el dibujo). La ecuación de Newton me queda :

$$P_{XA} - F = m_A\, a \;\Rightarrow\; m_A\, g \,\text{sen}\, 30^\circ - m_B\, g = m_A\, a$$

$$m_A = 4\, m_B \;\Rightarrow\; 4\, m_B \cdot g \cdot 0{,}5 - m_B\, g = 4\, m_B \cdot a$$

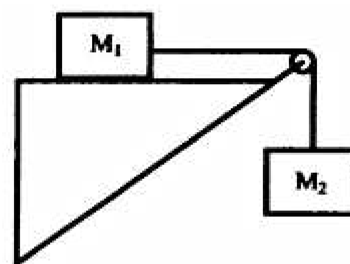
$$\Rightarrow \cancel{m_B}\, g = 4\, \cancel{m_B} \cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g/4 = 2{,}5\ \frac{m}{s^2}} \;\leftarrow\; \text{ACELERACIÓN EN EL CASO b)}$$

Fijate que el enunciado del problema dice "justifique". La justificación es la cuenta que acabo de hacer y que dice que la aceleración da 2,5 m/s^2. Si querés también podés justificar con palabras sin hacer cuentas. Pero ojo, la justificación con palabras tiene que ser concreta y clara. En el caso de que la explicación sea con palabras, habría que decir algo así como: la aceleración en la situación b) NO VA A DAR LO MISMO QUE EN EL CASO a). Esto pasa porque si bien la fuerza que está tirando de A que vale lo mismo que el peso de B que estaba antes, ahora P_{XA} arrastra a un cuerpo solo que es m_A. Antes P_{XA} arrastraba a 2 cuerpos que eran m_A y m_B .

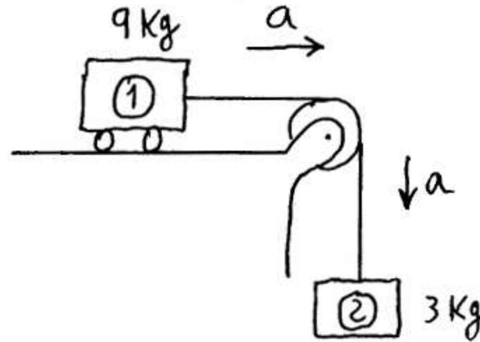
---

7 – Dos cuerpos M_1 = 9 kg y M_2 = 3 kg se encuentran inicialmente en reposo y se hallan unidos por una soga y una polea ideales como muestra la figura.
a) – Calcule la aceleración de M_2 si se desprecia todo tipo de rozamiento.
b) – Si se intercambian los cuerpos entre sí, ¿ cuál será la aceleración de M_1 ?

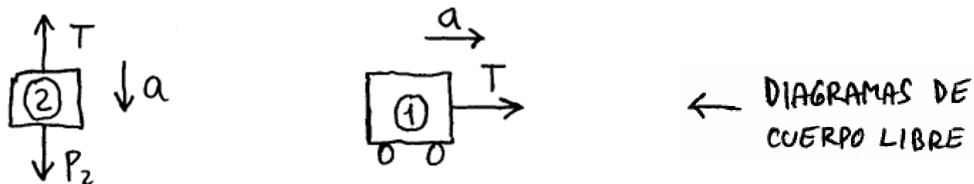


a) – Piden calcular la aceleración de m_2 . No hay rozamiento.

Lo que tengo es esto.



La aceleración de m_2 = a la aceleración de m_1 (= aceleración del sistema). Hago los diagramas de cuerpo libre y planteo las ecuaciones :



Las ecuaciones quedan : $P_2 - T = m_2 a$ $\quad T = m_1 a$

Reemplazo $T = m_1 .a$ en $P_2 - T = m_2 . a$ ➔ $P_2 - (m_1 a) = m_2 a \Rightarrow$

$$m_2 g = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$$

$$m_2 g = (m_1 + m_2)\, a \Rightarrow$$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} \Rightarrow a = \frac{30\ N}{9\ kg + 3\ kg}$$

$$\Rightarrow \underline{a = 2{,}5\ m/s^2} \leftarrow \text{ACELERACIÓN DEL SISTEMA}$$

b) – Si se intercambian las masas tengo que usar la misma fórmula anterior, pero donde dice m_2 tengo que poner m_1. Me queda :

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{90\ N}{9\ kg + 3\ kg} = \boxed{7{,}5\ \frac{m}{s^2}} \leftarrow \text{ACELERACIÓN SI SE INTERCAMBIAN}$$

8 – Una lamparita de 100 g está sujeta al techo de un ascensor mediante un cable de peso despreciable. En cierto instante, el ascensor está subiendo a 2 m/s de velocidad y frenando con a = 1 m/s². Entonces la fuerza que el cable ejerce sobre la lamparita es de :

☐ 1,2 N ☐ 1,1 N ☐ 1 N ☐ 0,9 N ☐ 0,2 N ☐ 0 N

Tengo un cuerpo colgado del techo de un ascensor. El ascensor está yendo para arriba pero está frenando con aceleración a = 1 m/s² . Piden calcular la tensión de la cuerda. Hago el diagrama de cuerpo libre y planteo la ecuación de Newton:

$\uparrow V = 2\,\frac{m}{s}$ 0,1 kg $\downarrow a = 1\,m/s^2$

$P - T = m \cdot a$

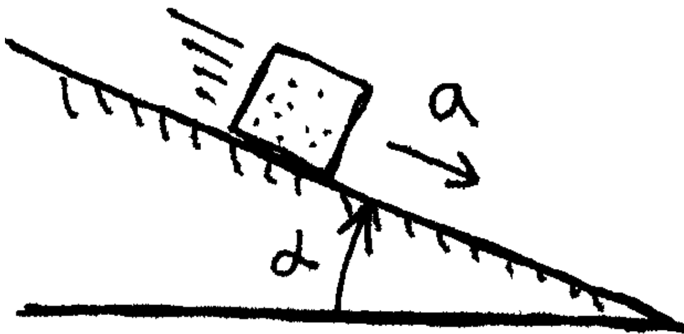
$\Rightarrow T = P - m \cdot a$

$\Rightarrow T = 1\,N - 0{,}1\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow$

$\boxed{T = 0{,}9\,N}$ ← TENSIÓN DE LA CUERDA

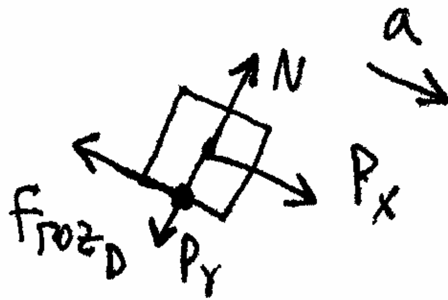
FIN PROBLEMAS DE DINAMICA SIN ROZAMIENTO

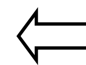
ROZAMIENTO



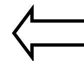
~~$a = g \, sen \, \alpha$~~

$a < g \, sen \, \alpha$



 **DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE**

$$\boxed{F_{Roz_D} = \mu_D \cdot N}$$

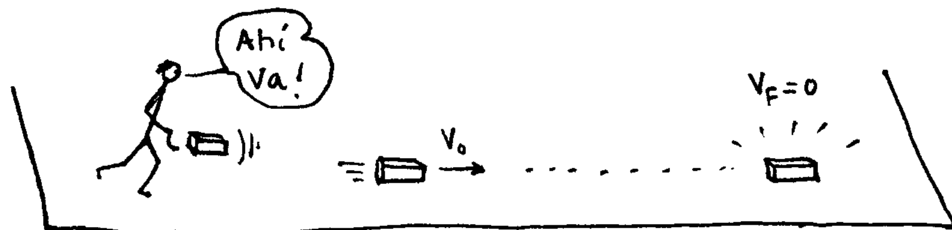
 **ROZAMIENTO DINAMICO**

ROZAMIENTO

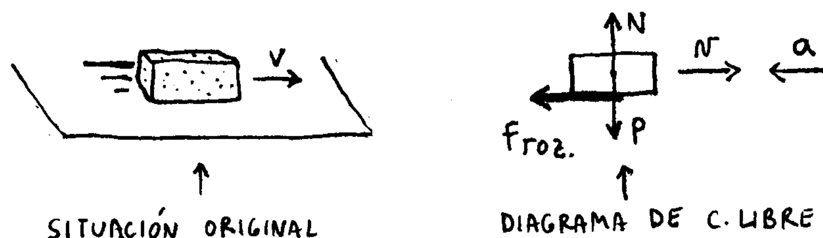
El rozamiento aparece cuando una cosa roza contra otra. Es la fuerza que hace que las cosas no se quieran mover. Es la fuerza que hace que las cosas se frenen. Los libros suelen llamarla "fuerza de frotamiento" o "Fuerza de fricción". (Rozamiento. Fricción. Frotamiento. Es lo mismo). Las máquinas se desgastan debido al rozamiento. Los autos pierden potencia por el rozamiento. Aparentemente el rozamiento es una fuerza que no sirve para nada, pero... ¿ Cómo harías para caminar si no hubiera rozamiento ? Patinarías y te quedarías todo el tiempo en el mismo lugar, tipo Michel Jackson. (Pobre. Ya murió. Era bueno el loco). Ahora, si no hubiera rozamiento... ¿ Cómo harían los autos para frenar ? (No tendrían forma de parar y seguirían de largo).
Como ves, todo tiene su pro y su contra en esta vida... (?)
En la realidad real, todas las cosas tienen rozamiento. Es imposible eliminarlo del todo. (Imposible).
Vamos ahora a algo importante:

VER ESTO

¿ <u>HACIA DONDE APUNTA LA FUERZA DE ROZAMIENTO</u> ?
Suponete que tiro un ladrillo por el piso. El ladrillo va avanzando y se va frenando.



Al principio el objeto se mueve con una determinada velocidad, pero después de recorrer unos metros se frena y se queda quieto. Pregunta: ¿ Por qué pasa esto ?.
Rta : Por el rozamiento. Entre el ladrillo y el piso hay rozamiento, y esta fuerza maldita es la que hace que el coso se frene. Si no hubiera rozamiento el ladrillo se seguiría moviendo por los siglos de los siglos y no se pararía nunca. (Nunca) .
Fijate como es el diagrama de cuerpo libre: (mirar con atención por favor).



Fijate que el tipo se mueve para allá →, pero la aceleración va para allá ← . Es decir, el cuerpo se está frenando. En el dibujo f_{ROZ} apunta al revés que la velocidad, esto pasa porque la **fuerza de rozamiento se opone al movimiento**. Si un cuerpo viene moviéndose, la fuerza de rozamiento trata de frenarlo.

Ahora, una aclaración importante: La gente suele decir: Bueno, es fácil. La fuerza de rozamiento SIEMPRE se opone al movimiento. F_{roz} SIEMPRE va al revés de la velocidad. Pero... Hummmm, esto no es del todo correcto. Es decir, efectivamente, en la mayoría de los casos la fuerza de rozamiento apunta al revés de la velocidad. Generalmente F_{roz} intenta frenar al cuerpo... ¡ Pero no siempre !
(Esto no es fácil de ver). Digamos que hay algunos casos malditos donde el rozamiento va en el mismo sentido que la velocidad. Es más, en estos casos el rozamiento no solo no lo frena al cuerpo sino que lo ayuda a moverse.
Hay un par de problemas en la guía en dónde la fuerza de rozamiento apunta al revés del pepino. (Es decir, repito, a favor de la velocidad). Y si uno se equivoca al poner el sentido de F_{roz} en el diagrama de cuerpo libre... ¡ Alpiste, fuiste !

Por eso ellos dicen que:

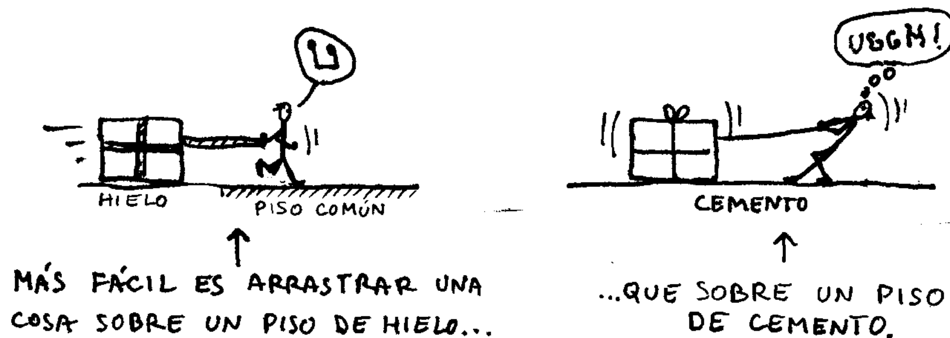
La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento **RELATIVO** de las superficies que están en contacto



LEYES DEL ROZAMIENTO

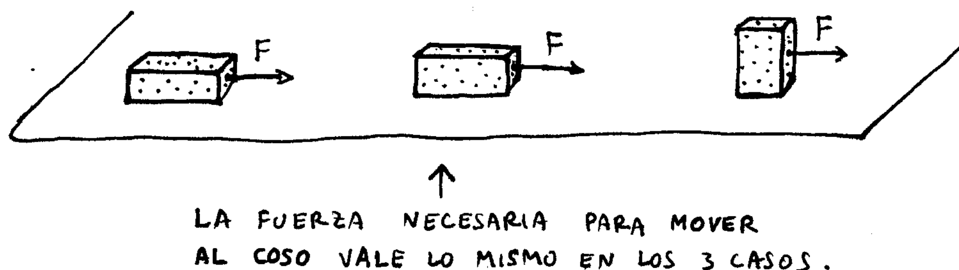
1 - La fuerza de rozamiento depende del material con el que estén hechas las superficies que están en contacto.

Es más fácil caminar sobre piso de cemento que sobre piso de hielo. Eso pasa porque el rozamiento goma-cemento es distinto que el rozamiento goma-hielo.

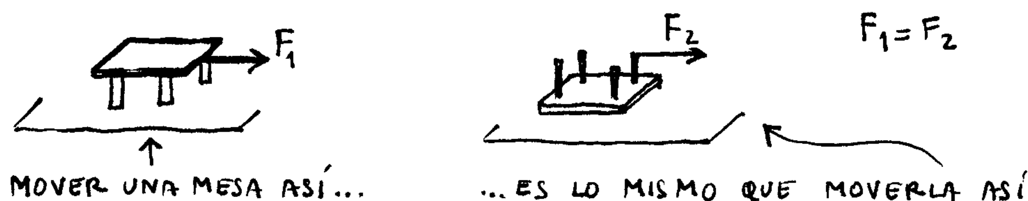


2 - El valor de la fuerza de rozamiento <u>NO</u> depende del tamaño de la superficie que está apoyada. (Superficie apoyada = Área de contacto)

Al arrastrar un ladrillo por el piso, la fuerza que tengo que hacer va a ser la misma, cualquiera sea la cara del ladrillo que esté apoyada.



De la misma manera:



3 - La fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal que el plano ejerce sobre el cuerpo.

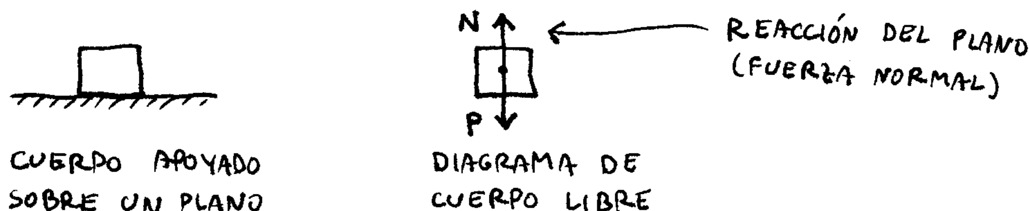
Esta última ley del rozamiento es lo que usamos para resolver los ejercicios. (Es la que da origen a la fórmula F_{ROZ} = mu x N)

Podés comprobar las del rozamiento ahora mismo con algún cuerpo que tenga forma tipo ladrillo. O sea, 3 caras planas con diferentes superficies. (Por ejemplo, una goma de borrar).

Atención: Las 3 leyes del rozamiento son leyes aproximadas. Esto quiere decir que se hizo el experimento y el asunto dió mas o menos así. Por ejemplo, hay casos donde F_{ROZ} puede no ser directamente proporcional a la normal. Hay casos donde F_{ROZ} puede llegar a depender del área de contacto.

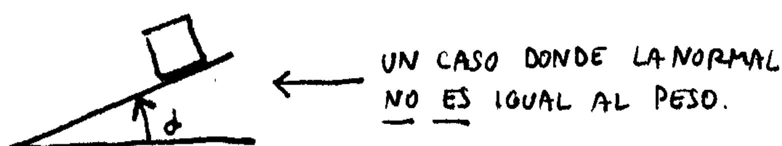
<u>LA NORMAL NO SIEMPRE ES IGUAL AL PESO</u> ← VER

¿ Qué era la fuerza normal ? Rta: La palabra "Normal" en física significa " perpendicular ". La normal era la fuerza que el piso ejercía sobre el cuerpo. Esa fuerza era siempre ⊥ al plano de apoyo, por eso se la llamaba normal. Veamos un dibujito de la Normal para un cuerpo apoyado en el piso :

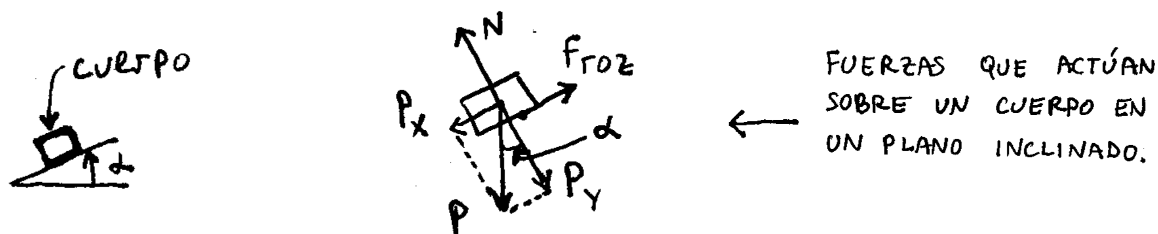


Hasta ahora la normal nunca se usaba en los problemas. Ahora en rozamiento va a haber que usarla todo el tiempo. (Atento !) .

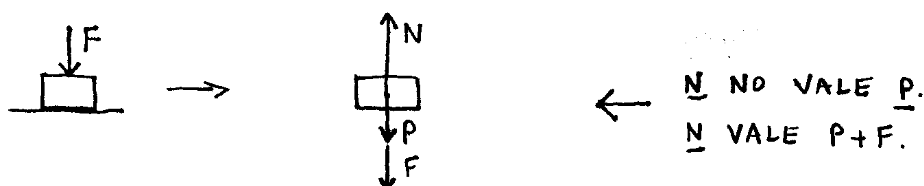
Ahora, hay una tendencia de la gente a creer que la normal es siempre igual al peso. (O sea, la gente dice: si un cuerpo pesa 10 Kgf, la Normal tendrá que ser 10 Kgf). No. O sea, a veces sí, a veces no. A veces la Normal es igual al peso y a veces no. Eso depende del caso. En el ejemplo de un cuerpo apoyado en un plano horizontal, ahí sí la normal es igual al peso. Pero.... ¿ Qué pasa en un plano inclinado ? Fijate:



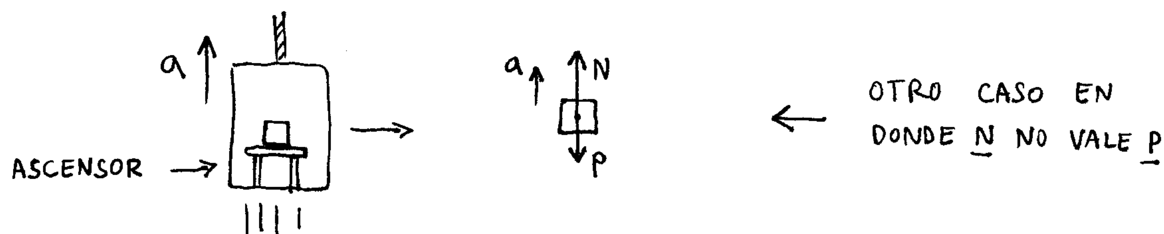
Ahora la normal ya no va a ser más igual al peso. ¿ De dónde sale eso ?
Rta: → Del diagrama de cuerpo libre.



Ahora N no vale más P. Ahora N vale P_y que es $P \times \cos \alpha$. Lo mismo pasa si tengo un cuerpo en un plano horizontal pero alguien lo aprieta contra el piso.



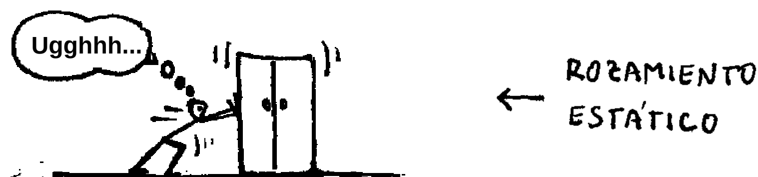
La Normal tampoco es igual al peso para un cuerpo que esté subiendo o bajando en un ascensor con aceleración. (Ojo que este caso también lo toman).



Entonces: ¿ La normal es siempre igual al peso ?
Rta : En el caso general **no**. Es decir, a veces, sí. Pero siempre-siempre, **NO**.

ROZAMIENTO ESTÁTICO Y ROZAMIENTO DINÁMICO

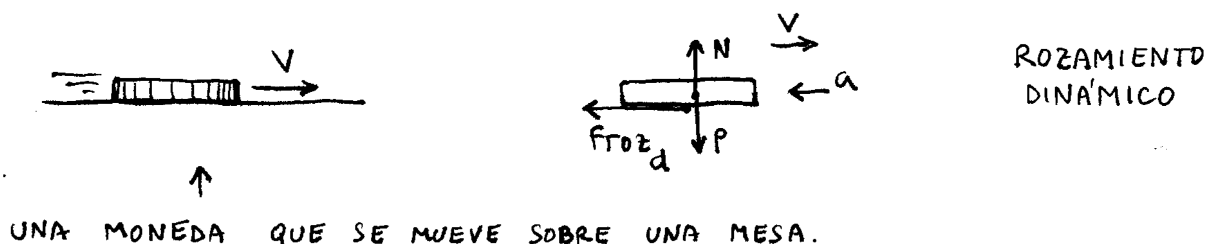
Hay 2 tipos de rozamiento que tenés que conocer. Estos 2 tipos de rozamiento son el rozamiento estático y el rozamiento dinámico. A grandes rasgos digamos que tengo rozamiento estático cuando hay rozamiento pero el cuerpo está quieto. Ejemplo: una persona que quiere empujar un placard pero no puede moverlo. Hay rozamiento sobre el placard. Es rozamiento estático porque el placard no se mueve.



Tengo rozamiento dinámico cuando el cuerpo se mueve. Ejemplo: un esquiador que va por la nieve y patina . Ejemplo: Un auto que frena de golpe y patina. Ejemplo: Un cajón de manzanas que es arrastrado por el piso. Veamos qué pasa en cada caso.

ROZAMIENTO DINÁMICO

Supongamos la situación de un cuerpo que avanza rozando contra el piso. Por ejemplo, podría ser una moneda que alguien tiró sobre una mesa. Fijate :



Mientras la moneda va deslizando la fuerza de rozamiento la va frenando. Tengo rozamiento **dinámico**.

Me pregunto ahora lo siguiente: ¿ Cuánto vale la f_{ROZ} dinámico ?
Bueno, te comenté antes que el valor de la fuerza de rozamiento era proporcional a la normal y que dependía del material con que estuvieran hechas las superficies que están en contacto. Eso se pone matemáticamente así:

$$F_{ROZ_D} = \mu_D \cdot N$$

FUERZA DE ROZAMIENTO DINAMICO
COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (MU DINAMICO)
FUERZA NORMAL

El **mu dinámico** es un número sin unidades. Dá una idea de qué tan grande es el rozamiento que hay entre las superficies que se están tocando. Por ejemplo, si el piso es de cemento tendré un determinado valor de mu. Si el piso es de hielo, la superficie será más patinosa y el μ será menor.
Digamos que el coeficiente de rozamiento dinámico vendría a ser un número que me estaría indicando el "grado de patinosidad" de las superficies. (¿ Patinosidad ? !)
Es decir: Superficies muy patinosas ➔ Hay poco rozamiento ➔ El **mu** es chico.

Una aclaración: Generalmente tanto el **mu** estático como el **mu** dinámico son menores que 1. Pero atención, esto no es una regla general. Suele pasar para la mayoría de los materiales, pero no siempre es así.

Ejemplo

Un señor arrastra por el piso una caja que pesa 20 Kgf tirando de una soga con velocidad cte. Calcular la fuerza de rozamiento entre el piso y la caja. Dato: $\mu_{d\ piso\text{-}caja} = 0,3$.

Hagamos un dibujito

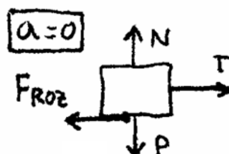


Calculo el valor de $F_{ROZ\ D}$ con la ecuación $F_{ROZ\ D} = \mu_D \times N$

$$F_{ROZ\ D} = \mu_D \times N = 0,3 \times 20\ Kgf$$

$$\Rightarrow F_{roz} = 6\ Kgf$$

Acá el diagrama de cuerpo libre sería el siguiente:

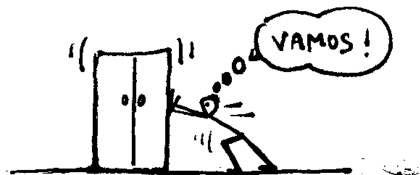


La ecuación de Newton correspondiente sería: $T - F_{ROZD} = \mathbf{0}$. Está igualada a **<u>cero</u>** porque no hay aceleración. (Atento).

Con respecto a este ejemplo fijate que la fuerza de rozamiento vale 6 kgf. Este valor de la F_{roz} es independiente de con qué velocidad camine el tipo. Podrá ir a 1 por hora o a 10 por hora. La fuerza de rozamiento dinámico **<u>no depende de la velocidad</u>**. (Esto es lo que quería que vieras)

<u>ROZAMIENTO ESTÁTICO</u> ← 

Tengo rozamiento estático cuando trato de empujar una cosa para moverla pero la cosa no se mueve. Sería este caso:



← ROZAMIENTO ESTÁTICO

Es decir, el tipo ejerce una fuerza sobre el placard pero el maldito no quiere moverse. Pensemos. ¿ Cuánto vale la fuerza de rozamiento en este caso ?
<u>Rta</u>: Bueno, los tipos demostraron que la fuerza de rozamiento **<u>máxima</u>** que uno puede hacer antes de que el tipo empiece a moverse vale **mu** estático x eNe.

$$F_{ROZ\,e\,MÁXIMA} = \mu_e \cdot N$$

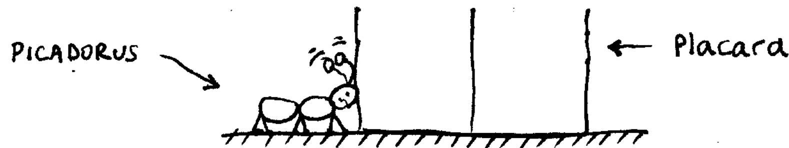
← FUERZA DE ROZAMIENTO ESTÁTICO MÁXIMA

MÁXIMA FUERZA DE ROZ. POSIBLE — COEFICIENTE DE ROZAMIENTO (MU ESTÁTICO) — FUERZA NORMAL

Quiero que veas bien cómo es esto de Fuerza de rozamiento estática máxima = a mu por ene. Supongamos que el placard pesa 30 kilos y el mu estático es 0,5. La fuerza de rozamiento **máxima** me da 15 Kgf ($= 0{,}5 \times 30$) .

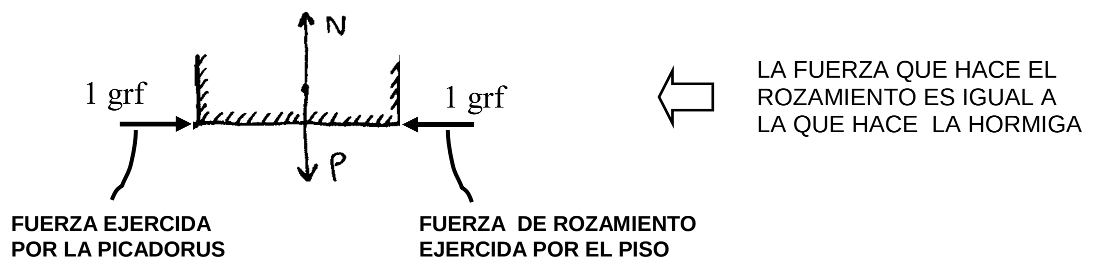
¿ Eso quiere decir que el rozamiento esté haciendo una fuerza de 15 kilos ?
Rta: No, eso quiere decir que la fuerza **máxima** que uno puede hacer antes de que el placard se empiece a mover vale 15 kilos. (Cuidado con esto por favor).

A ver, supongamos que una hormiga picadorus trata de empujar el placard haciendo una fuerza de 1 gramos-fuerza. (1 grf es lo que pesa un cm^3 de agua).



La hormiga no puede mover al coso porque sólo ejerce una fuerza de 1 gramo fuerza. Para poder moverlo tendría que ejercer una fuerza de 15 Kgf o más.
A ver si entendés lo que quiero decir. Te pregunto:
Cuando la hormiga empuja con una fuerza de 1 gramo fuerza , ...
¿ La fuerza de rozamiento vale 15 Kg fuerza ?
Rta: No, la fuerza de rozamiento va a valer 1 gramo fuerza.

Hagamos el diagrama de cuerpo libre para el placard. Quedaría así:



¿ Y si ahora la hormiga empuja con una fuerza de 100 gramos-fuerza ?
Rta: La fuerza de rozamiento valdría 100 gramos-fuerza.
¿ Y si la fuerza fuera de 1.000 gramos-fuerza ?
Entonces f_{ROZ} valdría 1.000 gramos-fuerza.
¿ Y si fuera de 10 Kilogramos fuerza ?
- f_{ROZ} valdría 10 kilogramos fuerza.
¿ Y si fuera de 14,9 Kg ?
- f_{ROZ} valdría justo 14,9 kilogramos fuerza.
¿ Y si fuera de 15,1 Kg ?.
- Ahhh ! Ahí el cuerpo se empezaría a mover. En ese caso para calcular el valor de la

fuerza de rozamiento tendría que usar el mu dinámico. ¿ Ves cómo es la cosa ? La fuerza de rozamiento estático no vale siempre mu estático por ene. Lo que vale μ_e por ene es la fuerza de rozamiento **máxima**, que puede existir **antes** de que el tipo empiece a moverse. (Ahora sí) .

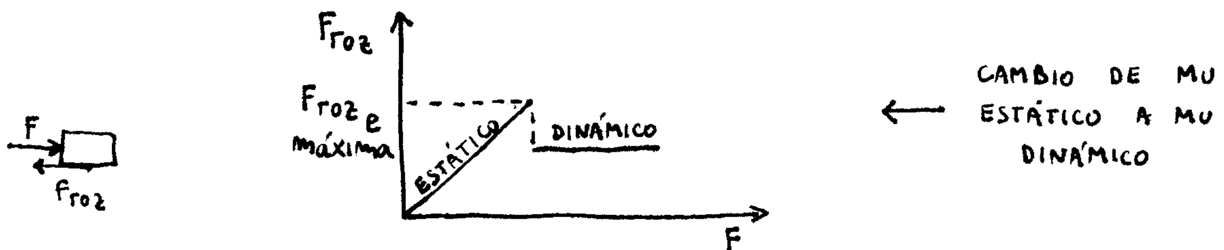
Vamos ahora a esto otro: Pregunta:
¿ El mu estático es siempre mayor que el mu dinámico ?

Bueno, generalmente sí. El asunto es este: Una vez que uno aplicó una fuerza mayor a 15 Kgf, el cuerpo se empieza a mover. Ahora, una vez que el tipo está en movimiento, ya no es necesario seguir aplicando una fuerza de 15 Kg para hacer que se siga moviendo. Va a alcanzar con aplicar una fuerza menor.
¿ Por qué pasa esto ?
Rta: Pasa porque generalmente el mu dinámico es menor que el mu estático. Atención. Esto de que $\mu_e > \mu_d$ vale para la mayoría de los materiales, pero tampoco es una ley general. Para algunos materiales no se cumple. Por ejemplo si en el problema del placard el μ_e era de 0,5 , ahora el μ_d podría ser de 0,4 o 0,3. (Por ejemplo).
La fuerza de rozamiento dinámico valdría:

$$f_{ROZ\,d} = \mu_d \times N = 0{,}4 \times 30\ \text{Kgf} = 12\ \text{Kgf}$$

Es decir, para hacer que el cuerpo **empiece** a moverse necesito una fuerza de 15 Kgf, pero para mantenerlo en movimiento alcanza con aplicar una fuerza de 12 Kgf.

Hay un salto que pega la fuerza de rozamiento cuando el cuerpo pasa de estar quieto a moverse. Lo grafico así:



En esta representación F es la fuerza que yo aplico para tratar de mover el cuerpo.

Este hecho de que el mu dinámico sea menor que el mu estático es lo que hace que generalmente sea más fácil mantener un cuerpo en movimiento que empezar a moverlo. O sea, cuesta empezar a empujar un auto que se quedó parado. Pero una vez que el auto empezó a moverse, ya es más fácil seguir moviéndolo.

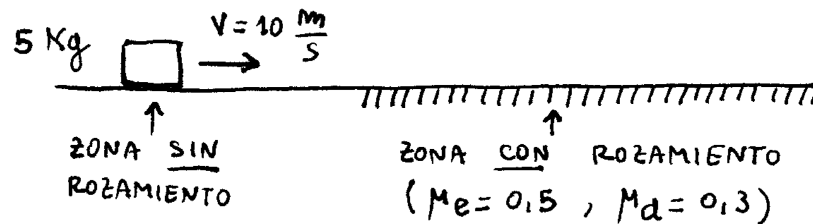
Dicho sea de paso, esto es un poco como una ley de la vida. Es difícil arrancar, pero una vez que uno arranca, arrancó. Es difícil ponerse a estudiar para un parcial. Pero una vez que uno empezó, ya es más fácil.

Ejemplo

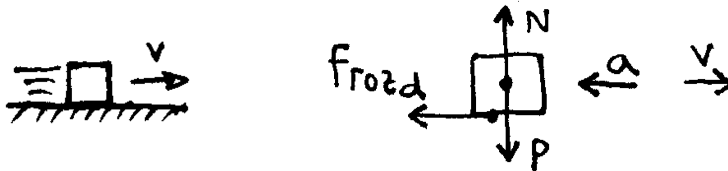
Un cuerpo de 5 kilogramos se mueve con velocidad 10 m/s por una zona sin rozamiento como indica la figura. Después entra en una zona con rozamiento. Calcular:

a)- La aceleración que tiene mientras se va frenando en la zona con rozamiento.
b) - La fuerza de rozamiento estático una vez que se detuvo.
c)- La fuerza mínima que hay que ejercer para volver a ponerlo en movimiento.

Hagamos un dibujito:



a) - Cuando entra en la región con rozamiento, el diagrama de cuerpo libre va a ser éste:



La fuerza de rozamiento dinámico vale mu dinámico por eNe. La calculo:

$$f_{ROZ\,d} = \mu_d \times \overbrace{mg}^{N} = 0{,}3 \times 5\,Kg \times 9{,}8\ \frac{m}{s^2} = 14{,}7\,N$$

Ahora puedo calcular la aceleración con la que está frenando. Como F = m.a, la aceleración de frenado va a ser a = F / m.

$$a = \frac{F_{ROZ\,d}}{m} = \frac{14{,}7\ Kg\,m/s^2}{5\,Kg}$$

$$\underline{a = 2{,}94\ m/s^2} \qquad \leftarrow \text{ Aceleración de frenado}$$

b) - Ahora calculemos la Fuerza de rozamiento estático cuando el cuerpo está quieto. Una vez que el tipo se frenó, el diagrama de cuerpo libre es éste:



De lo que tenés que darte cuenta es que ahora el cuerpo esta quieto. No se mueve. Eso significa que... ¡ **<u>no hay fuerza de rozamiento</u>** ! Nadie trata de empujar al cuerpo para que se mueva, de manera que el rozamiento **no va a aparecer.** Entonces la respuesta a la pregunta b) es:

$$\underline{f_{ROZ} = 0} \qquad \leftarrow f_{ROZ} \text{ cuando el tipo está quieto}$$

c) - Ahora, ¿ qué fuerza hay que hacer para ponerlo en movimiento ?
Bueno, si el tipo está quieto y alguien lo empuja para tratar de moverlo tengo este diagrama de cuerpo libre:



Para hacer que arranque voy a tener que hacer una fuerza un poquitito mayor a la fuerza de rozamiento estática máxima.

$$f_{ROZ\,e\,MAX} = \mu_e \times N = 0{,}5 \times \underbrace{5\text{ Kg} \times 9{,}8\,\text{m/s}^2}_{N}$$

$$F_{ROZ\,e\,MAX} = 24{,}5\text{ N}$$

Es decir, la fuerza F a ejercer tendrá que ser algo mayor a 24,5 N. Entonces la fuerza mínima para ponerlo en movimiento en el caso límite va a ser:

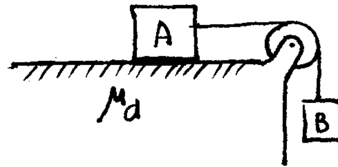
$$\underline{F_{MIN} = 24{,}5\text{N}} \qquad \leftarrow \text{ Fuerza mínima para que se mueva.}$$

<u>Nota</u>: En este problema la velocidad inicial no se usa y es un dato de más.

<u>Pregunta</u>: en este problema el enunciado decía: **Un cuerpo de 5 kilogramos se mueve...**
Esos 5 kilogramos... ¿ son **<u>la masa</u>** del cuerpo o son **<u>el peso</u>** del cuerpo ? (Atento !)
Esto suele pasar en los parciales: Fijate que el enunciado del problema no dice " un cuerpo de masa 5 kg". Tampoco dice "un cuerpo de peso 5 kgf". Dice "un cuerpo de 5 kilogramos"... Entonces la gente se confunde, enseguida levanta la mano y pregunta: Perdón, en le problema 1, ¿ Los 5 kilogramos son la masa del cuerpo o son el peso del cuerpo ?
Entonces: ¿ Son la masa o son el peso ?

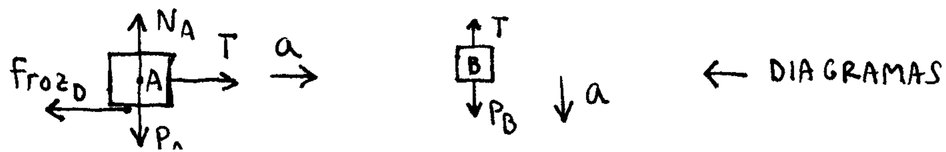
Otro ejemplo

Calcular la aceleración del sistema de la figura y la tensión en la cuerda. Datos: $m_A = 10$ kg , $m_B = 5$ kg , $\mu_d = 0{,}2$



$m_A = 10$ Kg
$m_B = 5$ Kg
$\mu_d = 0{,}2$

Hago un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos:



En base a los diagramas escribo las ecuaciones de Newton

$T - f_{roz_D} = m_A\, a \qquad P_B - T = m_B\, a$ ← ECUACIONES

Ahora tengo que resolver el sistema de 2 x 2 que me quedó. Me conviene sumar las ecuaciones para que se vaya la tensión. Este es un truco que siempre conviene usar en los problemas de dinámica. Sumo y me queda :

$\Rightarrow \quad T - f_{roz\,d} + P_B - T = m_A .\ a + m_B .\ a$

$\Rightarrow \quad - f_{roz\,d} + P_B = (m_A + m_B).\ a$

$$\Rightarrow 5Kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} - 0{,}2 \cdot 10Kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} = (10Kg + 5Kg) \cdot a$$

49 N – 19,6 N = 15 kg . a

15 kg . a = 29,4 kg.m/s^2

$\Rightarrow$ **a = 1,96 m/s^2**

¿ Cómo calculo ahora la tensión en la cuerda ?
Bueno, sólo tengo que reemplazar esta aceleración en cualquiera de las ecuaciones del principio y despejar T. Por ejemplo:

$$P_B - T = m_B \times a \qquad \Rightarrow \qquad T = P_B - m_B \times a$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \times g - m_B \times a$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \times (g - a)$$

$$\Rightarrow \quad T = 5\ Kg \times \left(9{,}8\ \frac{m}{s^2} - 1{,}96\ \frac{m}{s^2} \right)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{T = 39{,}2\ N} \qquad \leftarrow \text{Tensión en la cuerda}$$

Para verificar este resultado uno puede reemplazar la aceleración en la otra ecuación y ver si da lo mismo. No lo hago porque ya lo hice recién en un papelito acá al lado mío y dió. (⇒ chau) .

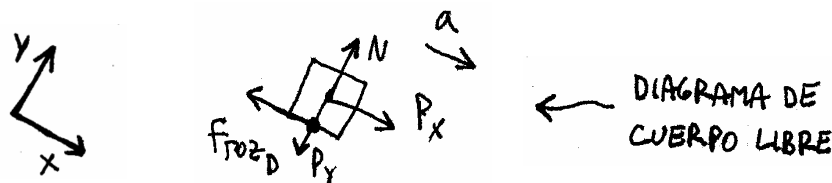
OTRO EJEMPLO

UN CUERPO CAE POR UN PLANO INCLINADO COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR SU ACELERACIÓN

DATOS: $\mu_{cuerpo-plano} = 0{,}4$. $\alpha = 30°$

b) - ¿ QUÉ PASARÍA SI EL ANGULO FUERA DE 20º ?

Hago el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo en el plano inclinado:



Planteo la ecuación de Newton en cada eje. Para el eje vertical me queda N = P_Y ➔ N = P . Cos α. Para el eje equis me queda:

$$P_X - F_{roz_D} = m . a$$

P_X vale P. sen α y la fuerza de rozamiento vale mu × N. A su vez N vale P . Cos α. Entonces :

$$\Rightarrow m g \operatorname{sen} \alpha - \mu \underbrace{m g}_{N} \cos \alpha = m . a$$

Saco la masa factor común y simplifico:

$$a = g \operatorname{sen} \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$\boxed{a = g (\operatorname{sen} \alpha - \mu \cos \alpha)} \quad \Leftarrow \text{ACELERACION DE CAIDA EN EL PLANO INCLINADO}$$

Haciendo la cuenta me da: $a = 10\ m/s^2\ (\ sen\ 30° - 0{,}4 \times cos\ 30°\ )$

$$\rightarrow \underline{a = 1{,}53\ m/s^2}$$

Fijate que en este problema la masa del cuerpo se simplificó. La aceleración de caída de un cuerpo por un plano inclinado no depende de la masa.

b) – Si al ángulo del plano inclinado fuera de 20° la cuenta quedaría:

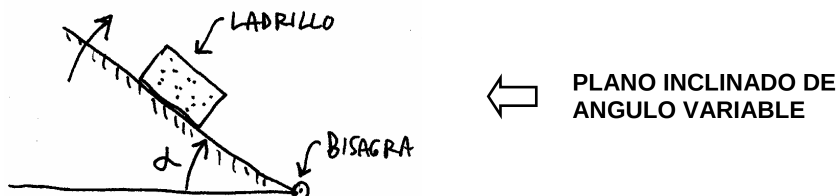
$$a = 10\ m/s^2\ (\ sen\ 20° - 0{,}4 \times cos\ 20°\ )$$

$$\rightarrow a = -\ 0{,}34\ m/s^2$$

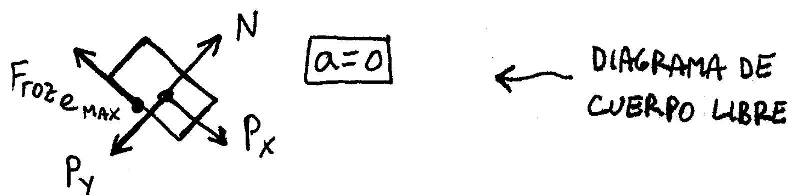
¿ Qué pasó acá ? ¿ La aceleración me dio negativa ?! ¿ Cómo puede ser eso ?
Rta: Algo está mal. La aceleración no puede ser negativa. Eso me estaría diciendo que el cuerpo " sube " por el plano inclinado. ➔ el caso dado es imposible. Es decir, lo que pasa si el ángulo es de 20° es que el cuerpo no cae. Se queda quieto. Eso pasa porque la $F_{roz\,D}$ sería más grande que P_X.

¿ COMO SE MIDE EL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ?

Vamos ahora a deducir un resultado especial para amantes de la física. Fijate lo siguiente: Pongo un cuerpo en un plano inclinado que tiene una bisagra que permite cambiar el ángulo alfa :



Cuando el plano es horizontal, el cuerpo no se mueve. Voy subiendo el plano inclinado muy despacio. Veo que para cierto ángulo alfa el cuerpo está apunto de moverse. Hago el diagrama de cuerpo libre para ese ángulo límite:



El cuerpo todavía no se mueve. La velocidad es CERO y la aceleración también.

Entonces puedo plantear que en el eje equis P_X tiene que se = a la $F_{ROZ\ e\ MAX}$. Sé que la fuerza de rozamiento es la máxima posible porque si subo un poco más el plano inclinado, el cuerpo ya empezaría a moverse. Estoy planteando todo para el ángulo límite. Me queda:

$$P_X = F_{ROZ\ e\ MAX}$$

$$\Rightarrow P_x \operatorname{sen}\alpha = \mu_e \times N$$

$$\Rightarrow m\,g \operatorname{sen}\alpha = \mu_e \times m\,g \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mu_e = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_e = \operatorname{tg}\alpha} \leftarrow \text{VALOR DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTÁTICO}$$

Este resultado es muy lindo y es muy importante. La fórmula $\mu_e = \operatorname{tg}\alpha$ se lee así: Si uno quiere saber el coeficiente de rozamiento estático de un cuerpo, tiene que poner el cuerpo en un plano e ir inclinándolo de a poco. Se mide el ángulo de plano inclinado en el momento exacto en que el cuerpo empieza a moverse. Después se hace la cuenta mu estático = tg de alfa y se saca el mu.

Por ejemplo, supongamos que pongo un ladrillo sobre un tabón. Voy inclinando la tabla hasta que el ladrillo empieza a moverse. Mido el ángulo y me da 30°. Quiere decir que el coeficiente de rozamiento estático cuerpo – tablón vale:

$$\mu_e = \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \mu_e = \operatorname{tg} 30°$$

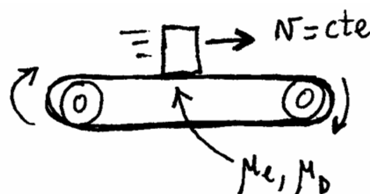
$$\mu_e = 0{,}577$$

Ya mismo podés poner sobre este libro cualquier objeto que tengas cerca y medir el coeficiente de rozamiento estático cuerpo – papel.

UN PROBLEMA PARA EXPERTOS

UNA CAJA DE 1 KILOGRAMO ES ARRASTRADA POR UNA CINTA DE SUPERMERCADO QUE SE MUEVE CON UNA VELOCIDAD CONSTANTE DE 50 cm/seg COMO INDICA LA FIGURA. LA CAJA NO PATINA SOBRE LA CINTA ¿ CUÁL ES EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO ?

DATOS: $\mu_e = 0{,}6$; $\mu_d = 0{,}4$.



a) – F_{ROZ}=0   b) – F_{ROZ}=4 N, estática   c) – F_{ROZ}=4 N, dinámica
d) – F_{ROZ}=6 N, estática   e) – F_{ROZ}=6 N, dinámica   f) No se puede calcular F_{ROZ}

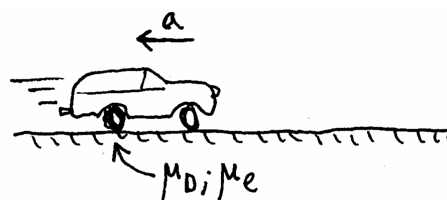
Este es un problema que saqué de un parcial. Vas a resolverlo si sos mago. Aparte de descubrir si la fuerza de rozamiento es estática o dinámica... ¿ Podrías decir si F_{ROZ} va para adelante o para atrás ?

UN PROBLEMA PARA AMANTES DE LA FISICA

UN AUTO QUE VIENE CON VELOCIDAD 20 m / seg FRENA HASTA DETENERSE.
CALCULAR LA DISTANCIA DE FRENADO SI EL CONDUCTOR:

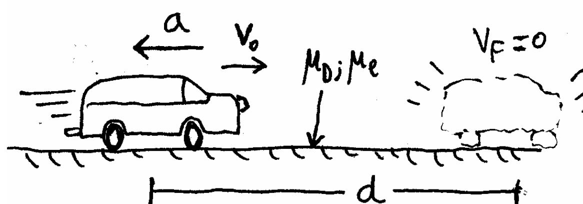
a) – BLOQUEA LAS RUEDAS
b) – NO BLOQUEA LAS RUEDAS.

DATOS: μ_e = 0,8 ; μ_d = 0,4 .

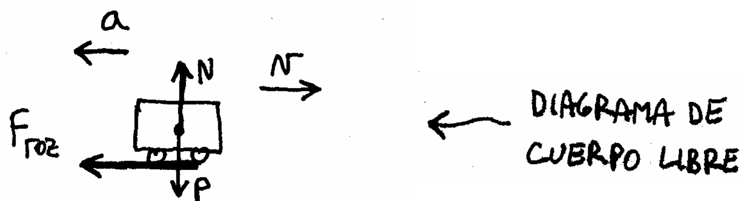


En este problema lo primero que hay que entender es que significa "frenar bloqueando las ruedas" y "frenar sin bloquear las ruedas". Frenar bloqueando las ruedas significa frenar haciendo que las ruedas dejen de girar completamente y patinen sobre el piso. En ese caso, el rozamiento entre las ruedas y el piso es **DINÁMICO**. Frenar sin bloquear las ruedas significa frenar de manera que las ruedas no se traben, si no que sigan girando mientras el auto va frenando. Acá las ruedas no patinan sobre el piso, así que el rozamiento va a ser ESTÁTICO. Vamos al caso a)

a) – El tipo frena bloqueando las ruedas. Tengo esta situación:



El diagrama de cuerpo libre es:



La fuerza de rozamiento es la única fuerza que actúa. Entonces planteo:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F_{roz_D} = m \cdot a$$

$$\Rightarrow \mu_D \, m \, g = m \, . \, a$$

$$\Rightarrow a = \mu_D \, g$$

Calculé la aceleración de frenado. Ahora puedo plantear la ecuación complementaria de cinemática para calcular la distancia de frenado. Me queda:

$$\overset{0}{V_F^2} - V_0^2 = 2 \, a \, d$$

Ahora reemplazo la aceleración de frenado. Ojo, esta aceleración es negativa porque va así ← mientras que el eje x va así: →. Entonces:

$$\Rightarrow -V_0^2 = 2 \, (-\mu_D \, g) \, d$$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{V_0^2}{2 \, \mu_D \, g}}$$



DISTANCIA QUE RECORRE EL AUTO HASTA FRENAR

Hago la cuenta y me da:

$$d = \frac{(\,20 \text{ m/s}\,)^2}{2 \times 0{,}4 \times 10 \text{ m/s}^2} = \mathbf{\underline{50 \text{ m}}}$$

b) – Ahora el auto frena sin bloquear las ruedas. Quiere decir que el rozamiento es estático. El planteo es igual que antes pero ahora tengo que usar mu estático en vez de mu dinámico. Si hago todo eso me quedaría:

$$d = \frac{V_0^2}{2 \, \mu_e \, g}$$

Hago la cuenta y me da:

$$d = \frac{(\,20 \text{ m/s}\,)^2}{2 \times 0{,}8 \times 10 \text{ m/s}^2} = \mathbf{\underline{25 \text{ m}}}$$

Fijate la diferencia entre ambas maneras de frenar. La distancia de frenado se reduce a la mitad. Al hacer que las ruedas sigan girando mientras el auto frena.
No está de más decir que esto es lo que pasa en la realidad real cuando un auto frena. Si el tipo salta de golpe sobre el pedal y clava los frenos, la frenada es menos eficiente. El auto tarda más en frenar y recorre más distancia. No es recomendable hacer esto si uno quiere evitar un accidente.

Unas preguntitas sobre este ejercicio: En este problema el auto venía con una velocidad de 20 m/seg. ¿ Qué hubiera pasado con la distancia de frenado si la velocidad hubiera sido el doble (40 m/seg) ? ¿ Y con el tiempo de frenado ?

UNAS ACLARACIONES IMPORTANTES SOBRE ROZAMIENTO: ← VER

1 - En el caso de rozamiento dinámico la Fuerza de rozamiento se calcula **SIEMPRE** con la fórmula $F_{ROZd} = \mu_D . N$. (siempre). En el caso de rozamiento estático **NO**. Es decir, la ecuación $F_{ROZe} = \mu_e . N$ no permite calcular la fuerza de rozamiento estática que actúa. (Ojo). Esta ecuación sólo permite calcular la fuerza de rozamiento

MAXIMA

que puede llegar a actuar. Eso significa, la máxima fuerza que puede llegar a hacer el piso **antes de que el cuerpo se empiece a mover**.

2 – Generalmente se dice esto: Tengo rozamiento dinámico cuando el cuerpo se mueve y tengo rozamiento estático cuando el cuerpo no se mueve. Esto no es siempre así. Hay casos raros donde uno puede tener rozamiento estático y el cuerpo se está moviendo. Ejemplo: al caminar, cuando arranca un auto, al estar parado en una escalera mecánica, etc .
También se puede tener rozamiento dinámico con un cuerpo "quieto" . Estos casos son un poco largos de explicar. Pero ojo porque a veces los toman. En la guía hay algunos ejercicios sobre este asunto.

3 – Generalmente se dice que la fuerza de rozamiento " intenta impedir el movimiento". Esto tampoco es del todo así. Hay casos donde la fuerza de rozamiento **PROVOCA** el movimiento. Es decir, lo genera. Este asunto también es un poco difícil de explicar. Pasa por ejemplo cuando un auto arranca. Si lo pensás un poco, cuando un auto arranca y acelera, la fuerza de rozamiento sobre las ruedas va para adelante.
El movimiento también es provocado por la fuerza de rozamiento cuando uno camina. Esto también hay que pensarlo un poco.

4 – En las formulas para calcular F_{ROZ} aparece la fuerza normal. La gente tiene tendencia a creer que la normal es el peso y vale m.g. Entonces, en la fórmula, donde dice " N " reemplaza por m.g y chau. Repito e insisto: Esto no es correcto. Es decir, no siempre es así. Hay casos donde la normal **no es igual** al peso del cuerpo. Por ejemplo, en un plano inclinado la normal es igual a P_Y . Y la fuerza P_Y no es igual al peso, sino que vale Pe por Coseno de alfa. Fijate :

OJO, ACA LA NORMAL
NO ES IGUAL AL PESO



La normal tampoco es igual al peso si el cuerpo está en un ascensor que acelera.

PREGUNTAS PARA EXPERTOS:

* La fuerza de rozamiento no depende del área de la superficie que esté apoyada.
¿ Entonces por qué hay autos que usan ruedas más anchas ? (Patonas)

* ¿ Por qué dicen que para frenar bien hay que frenar " bombeando " ?

* ¿ Que es el sistema de frenos con ABS ? ¿ Sabés para qué sirve ?

* ¿ Para qué tienen ranuras las ruedas de los autos ?

* Si tuvieras que acelerar con tu auto tratando de lograr la máxima aceleración posible... ¿ Saldrías " arando " ?

* Un auto va sobre hielo. Pierde el control y empieza a patinar. ¿ Dobla el auto si uno mueve el volante ?

ROZAMIENTO, CONCLUSION.

Mirá, rozamiento es un tema que tiene sus vueltas. Alguna gente dice: bueno, rozamiento es como lo que vimos antes en dinámica sólo que ahora hay una fuerza más que se llama rozamiento. Pero el asunto no es tan así. Esta nueva fuerza complica las cosas porque a veces no es fácil darse cuenta si F_{ROZ} es estática o dinámica. A veces tampoco es fácil ver si va para la derecha o para la izquierda.

Hasta agarrarle la mano a este tema vas a tener que resolverte algunos problemas, pero eso pasa siempre acá en física. Hacé los ejercicios de la guía y vas a empezar a entender mejor el asunto.
Y si tenés dudas, bueno, yo siempre ando dando vueltas por los pasillos. Buscame y me lo preguntás.

Próximo Tema: FUERZAS ELASTICAS – RESORTES - LEY de HOOKE

METODO DE LA BOLSA DE GATOS

Este método sirve para calcular la aceleración de un sistema sin tener que hacer los diagramas de cuerpo libre. El método dice lo siguiente : La aceleración de un sistema de varios cuerpos puede calcularse suponiendo que todas las masas que son arrastradas forman una sola masa M_{TOTAL}. El valor de esta M_{TOTAL} es el de la suma de todas las masas. A su vez, la fuerza que tira de esta M_{TOTAL} puede considerarse como una sola fuerza que es F_{TOTAL}. Esta F_{TOTAL} es la suma de todas las fuerzas que actúan.
¿ Conclusión ?

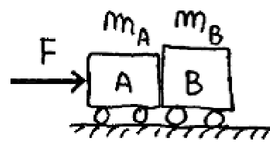
$$a = \frac{F_{TOTAL}}{M_{TOTAL}}$$

$$a = \frac{\text{Suma de todas las fuerzas que tiran}}{\text{Suma de todas las masas que son movidas}}$$ ⇐ METODO DE LA BOLSA DE GATOS

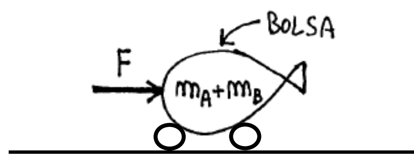
Fijate como se usa el método de la bolsa de gatos en estos ejemplos

---

1 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg. F = 60 N. (No hay rozamiento).



Solución: Puedo suponer que tengo los 2 cuerpos A y B en una bolsa. La fuerza F empuja a los 2 cuerpos. Entonces la situación sería esta:



Entonces planteo :

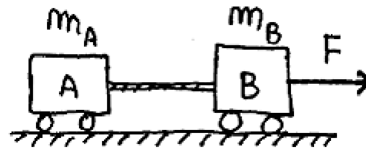
$$a = \frac{F_{TOTAL}}{M_{TOTAL}}$$

La fuerza total que tira directamente es F (= 60 N). La masa total es $m_A + m_B$. Entonces :

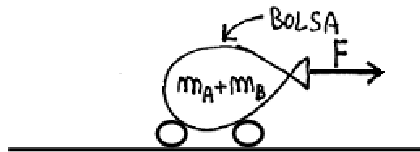
$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = \frac{60\ N}{10\ kg + 20\ kg} = 2\ m/s^2$$

Fijate que con el método de la bolsa de gatos podemos calcular la aceleración, pero no podemos calcular las fuerzas de contacto entre los cuerpos A y B. Para calcular las fuerzas de contacto sí o sí tenemos que hacer los diagramas de cuerpo libre.

2- CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg. F = 60 N. (No hay rozamiento).



Solución: Otra vez puedo hacer el truco de suponer que tengo los 2 cuerpos A y B en una bolsa. La fuerza F tira de los 2 cuerpos. La situación sería esta:



Entonces planteo :

$$a = \frac{F_{TOTAL}}{M_{TOTAL}}$$

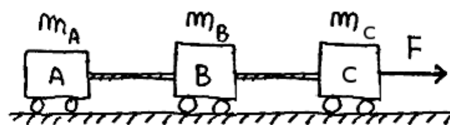
La fuerza total que tira directamente es F (= 60 N). La masa total es $m_A + m_B$. Entonces :

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = \frac{60\ N}{10\ kg + 20\ kg} = 2\ m/s^2$$

El resultado dio lo mismo que el problema anterior. ¿ Casualidad ? No. Si lo pensás un poco, este problema es igual al anterior. En los 2 casos tengo una fuerza de 60 Newtons arrastrando una masa total de 30 kg.
Fijate que no tengo manera de calcular la tensión de la cuerda. Para calcular la tensión, sí o sí tengo que hacer los diagramas de cuerpo libre.

---

3 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg, m_C = 30 kg. F = 60 N. (No hay rozamiento).



Solución: supongo que tengo los 3 cuerpos A, B y C en una bolsa. La fuerza F tira de los 3 cuerpos. Planteo bolsa de gatos :

$$a = \frac{F_{TOTAL}}{M_{TOTAL}}$$

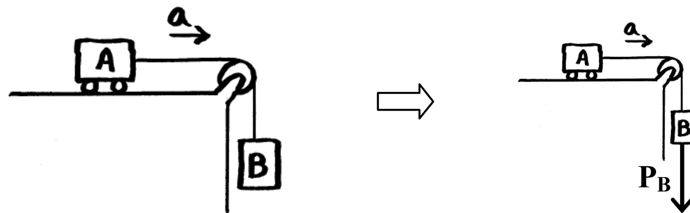
La fuerza total que tira directamente es F (= 60 N). La masa total es $m_A + m_B + m_C$.
Entonces :

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} = \frac{60\ N}{10\ kg + 20\ kg + 30\ kg} = 1\ m/s^2$$

Fijate que con bolsa de gatos no tengo manera de calcular las tensiones de la cuerdas. Para calcular las tensiones, sí o sí tengo que hacer los diagramas de cuerpo libre. (y en este caso son 3 diagramas y son un poco complicados).

Vamos a un caso que ha sido tomado millones de veces :

4- CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg. (No hay rozamiento).



Solución: Hay una sola fuerza que está tirando del sistema, es el peso del cuerpo B. Esta fuerza P_B arrastra a los cuerpos A y B. Entonces la aceleración va a ser:

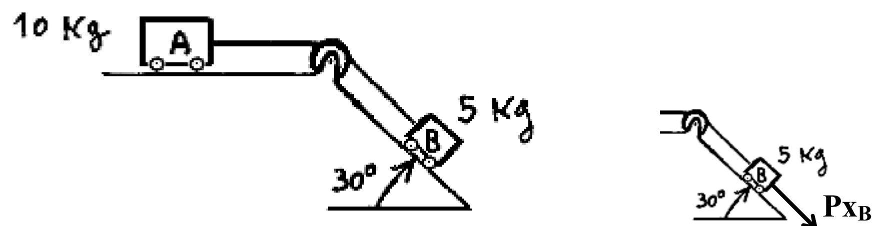
$$a = \frac{\text{Suma de todas las fuerzas que tiran}}{\text{Suma de todas las masas que son movidas}}$$

Entonces:

$$a = \frac{P_B}{m_A + m_B} = \frac{200\ N}{10\ kg + 20\ kg} = 6{,}66\ m/s^2$$

Vamos a ir resolviendo problemas cada vez más complicados. Vamos a este:

5 – HALLAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA. (NO HAY ROZAMIENTO)

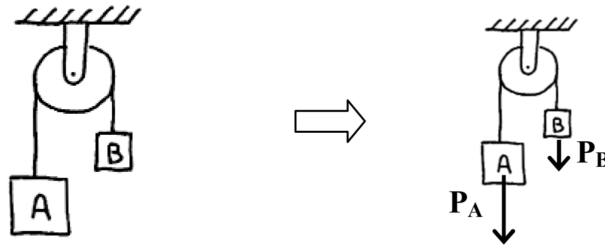


Este problema también ha sido tomado millones de veces. Siempre causa muchas bajas en parciales y finales. Acá no hay rozamiento. La única fuerza que tira es el peso en equis del cuerpo B. Este Px_B mueve a las masas m_A y m_B. Entonces el valor de la aceleración será :

$$a = \frac{Px_B}{m_A + m_B} = \frac{50\ N \times \text{sen } 30°}{10\ kg + 5\ kg} = 1{,}66\ m/s^2$$

---

6 - **CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA (MAQUINA DE ATWOOD). m_A = 20 kg, m_B = 10 kg. No hay rozamiento.**



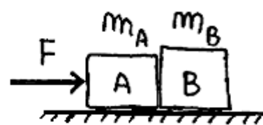
El cuerpo A quiere caer porque su peso lo tira para abajo. El cuerpo B también quiere caer pero como A es más pesado, B termina yéndose para arriba. (Gana P_A). Quiere decir que la fuerza que tira es P_A y a esa fuerza se le opone P_B. Las masas movidas son m_A y m_B.
La aceleración va a ser :

$$a = \frac{P_A - P_B}{m_A + m_B} = \frac{200\ N - 100\ N}{20\ kg + 10\ kg} = 3{,}33\ m/s^2$$

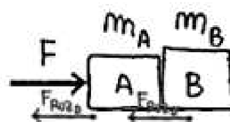
Fijate que la polea no tiene ninguna influencia acá. La polea se ocupa sólo de hacer que la soga se doble. Como siempre, para calcular la tensión en la cuerda, hay que hacer los diagramas de cuerpo libre.

La gente dice: ¿ Se puede usar el método de la bolsa de gatos cuando hay rozamiento ?
Rta: Se puede. Compliquemos un poco más los ejemplos anteriores. Vamos a agregarles rozamiento. Fijate :

7 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg. F = 60 N. Suponer que el cuerpo A tiene una fuerza de rozamiento dinámico **F**roz$_d$**A** y el cuerpo B tiene una fuerza de rozamiento dinámico **F**roz$_d$**B.**



Ahora cada cuerpo tiene una fuerza de rozamiento dinámico que tira para atrás. Sería una cosa así :

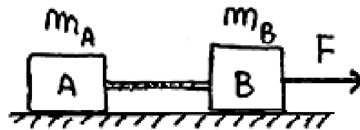


La aceleración queda:

$$a = \frac{F - \mathbf{F}roz_d A - \mathbf{F}roz_d B}{m_A + m_B} = \frac{60\ N - \mathbf{F}roz_d A - \mathbf{F}roz_d B}{10\ kg + 20\ kg}$$

---

8 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
m_A = 10 kg, m_B = 20 kg. F = 60 N. Suponer que el cuerpo A tiene una fuerza de rozamiento dinámico $\mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}A$ y el cuerpo B tiene una fuerza de rozamiento dinámico $\mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}B$.

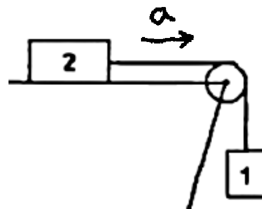


Si lo pensás un poco, vas a ver que este problema es igual al anterior. Los cuerpos están atados por sogas, pero eso no cambia el asunto. La fuerza tira en vez de empujar. Eso tampoco cambia el asunto. La aceleración da :

$$a = \frac{F - \mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}A - \mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}B}{m_A + m_B} = \frac{60\ N - \mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}A - \mathbf{F}roz_{\mathbf{d}}B}{10\ kg + 20\ kg}$$

---

9 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
Suponer que el cuerpo 2 tiene rozamiento dinámico con el plano

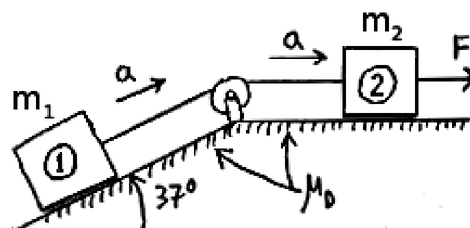


En este caso la fuerza que tira es P_1 . A esta P_1 se le opone la fuerza de rozamiento dinámico $F_{ROZ\ D\ 2}$. La suma de todas las fuerzas que tiran es $P_1 - F_{ROZ\ D\ 2}$. La masa total es $m_1 + m_2$. Me queda

$$a = \frac{P_1 - F_{ROZ\ D\ 2}}{m_1 + m_2}$$

Acá tenés un ejemplo medio complicadex :

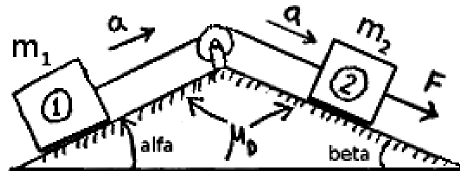
10 - CALCULAR LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA DE LA FIGURA.
Los cuerpos suben por acción de la fuerza F. Suponer que cada uno de los cuerpos tiene rozamiento dinámico



La aceleración del sistema va a ser :

$$a = \frac{F - Px_1 - F_{ROZ\ D\ 1} - F_{ROZ\ D\ 2}}{m_1 + m_2}$$

Veamos un par de ejemplos mas. Acá tenés 2 cuerpos que están en planos inclinados. Los cuerpos son arrastrados por una fuerza F. Hay rozamiento.



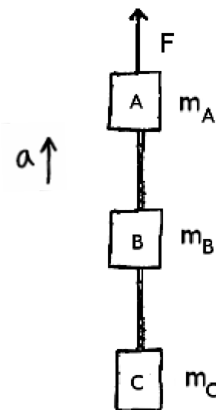
La situación es un poco complicada pero no es terrible. Las masas arrastradas son m_1 y m_2 . La fuerza que tira del sistema es F. A esta F hay que sumarle la fuerza que va en su mismo sentido (que es Px_2). Después hay que restar las fuerzas que van para el otro lado. (O sea : Px_1 , $F_{ROZ\ D\ 1}$ y $F_{ROZ\ D\ 2}$). Si hacés todo eso te queda este choclín:

$$a = \frac{F + Px_2 - Px_1 - F_{ROZ\ D\ 1} - F_{ROZ\ D\ 2}}{m_1 + m_2}$$

Pregunta para expertos : ¿ qué pasa si resolvés este problema pero al reemplazar por los valores la aceleración te da negativa ? (Cuidado con lo que vas a contestar).

Veamos este último ejemplo : 3 cuerpos que son tirados hacia arriba por una fuerza F.
Acá las masas arrastradas son 3. De estas 3 masas tira la fuerza F. Para abajo tiran los pesos de los 3 cuerpos. El asunto queda :

$$a = \frac{F - P_A - P_B - P_C}{m_A + m_B + m_C}$$



METODO DE LA BOLSA DE GATOS – ACLARACIONES FINALES

* La gente pregunta: ¿ cualquier problema puede resolverse con el método de la bolsa de gatos ?
Rta: Sí, cualquier problema de dinámica puede resolverse con el método de la bolsa de gatos. Puede haber rozamiento o no. Puede haber planos inclinados o no. Puede haber 2 cuerpos, 3 cuerpos o mil cuerpos. El problema puede ser de Física I o de física mil. Cualquier problema de dinámica tiene que salir por el método de la Bolsa de Gatos. El inconveniente es que en algunos casos puede haber tantas fuerzas y tantos cuerpos que el planteo puede ser complicado.

* El nombre de "bolsa de gatos" proviene de que uno está metiendo todos los gatos (= las masas) dentro de la misma bolsa. Si lo pensás un poco, te vas a dar cuenta de que el método de bolsa de gatos es usar la ley de Newton F = m.a. Lo que pasa es que uno llama **F** a la suma de todas las e**F**es y llama **m** a la suma de todas las e**M**es.

* Fijate que el método de la Bolsa de Gatos sirve sólo para calcular aceleraciones. Si te piden calcular alguna fuerza o alguna tensión, estás obligado a hacer el diagrama de cuerpo Libre.

* Atención, algunos profesores no aceptan el método de la bolsa de gatos. No lo aceptan porque consideran que uno está haciendo trampa. (Esto en parte es verdad, uno está calculando la aceleración sin hacer los diagramas de cuerpo libre). Por eso no uses el método de la bolsa de gatos si el problema es a desarrollar. Pueden considerártelo como MAL. Se puede usar bolsa de gatos si el problema es choice. Lo que sí, si el problema es a desarrollar podés usar Bolsa de Gatos para verificar el resultado que obtuviste por el método normal. (O sea, con los diagramas de cuerpo libre).

Algo parecido pasa con la ecuación complementaria en cinemática ($V_F^2 - V_0^2 = 2 . a . d$). Algunos profesores no dejan usarla en los problemas a desarrollar.

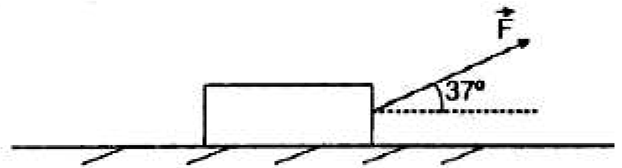
* Probá hacerle una pregunta de Dinámica a tu primo que estudia ingeniería. Te va a dar la respuesta en el momento. Te va a decir: En este problema la aceleración va a dar 3 m/s^2 . (Por ejemplo). ¿ Cómo sabía tu primo cuánto iba a dar la aceleración ?
Rta: Usó el método de la bolsa de gatos. Se imaginó mentalmente la situación y lo calculó en su cabeza. Vos también vas a poder hacer esto cuando tengas un poco de práctica.

PROBLEMAS DE ROZAMIENTO SACADOS DE PARCIALES

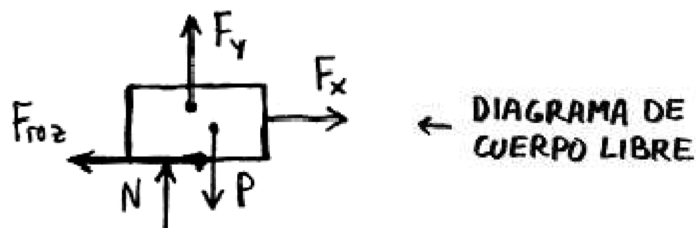
Problemas de rozamiento hay miles. Millones. Yo pongo acá algunos ejemplos para que veas más o menos como es la cosa. Pero para entender Rozamiento no alcanza con resolver "3 o 4 problemas". Rozamiento es difícil. Tiene sus vueltas. Tiene trampas.... Tenés que resolver 20 problemas para empezar a ver como viene la cosa. Estos son ejercicios que fueron tomados en parciales. Al final tenés un problema sacado verdaderamente del infierno. (Agarrate).

---

1 - Se aplica un a fuerza de módulo 20 N a un bloque de 5 kg que se halla en reposo apoyado sobre una superficie horizontal con rozamiento. La fuerza forma un ángulo de 37° con la horizontal. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico son 0,5 y 0,2, respectivamente. Entonces, puede afirmarse que:



Solución: Me dan un cuerpo que tiene una fuerza aplicada. La fuerza está inclinada un ángulo de 37°. Hay rozamiento. Hago el diagrama de cuerpo libre. A la fuerza F la descompongo directamente en 2 fuerzas F_X y F_Y :



En este diagrama no marqué el sentido de la aceleración porque todavía no se si el cuerpo se mueve o no. La fuerza F me la dan, vale 20 N. Calculo las componentes de F en equis y en y :

$$F_x = F . \cos 37^\circ = 20\,N \times 0{,}8 = \underline{16\,N}$$

$$F_y = F . \operatorname{sen} 37^\circ = 20\,N \times 0{,}6 = \underline{12\,N}$$

Calculo F_{ROZ}. Veamos cuánto vale la normal :

$$N + F_y = P \Rightarrow N = P - F_y \Rightarrow N = 50\,N - 12\,N$$

$$\Rightarrow N = 38\,N$$

$$F_{roz_{e\,max}} = \mu_e . N = 0{,}5 \times 38\,N = \underline{19\,N}$$ ← VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO ESTATICA MÁXIMA

Veo que la Fuerza de rozamiento estático máxima posible es de 19 N. Este valor es mayor que los 16 Newtons que vale la F_X . Conclusión :

EL CUERPO SE QUEDA QUIETO Y EL VALOR DE F_{ROZ} ES DE 16 N (ESTÁTICO)

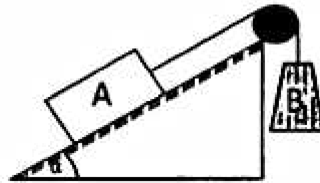
CORRECTA LA ÚLTIMA

---

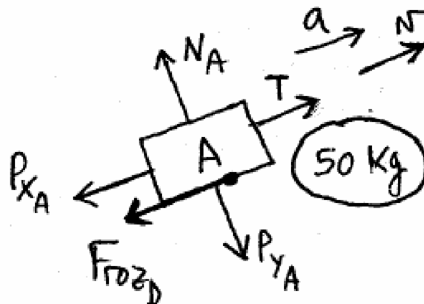
2 – Para el sistema de la figura, describa la evolución del mismo y calcule la aceleración en los siguientes casos:

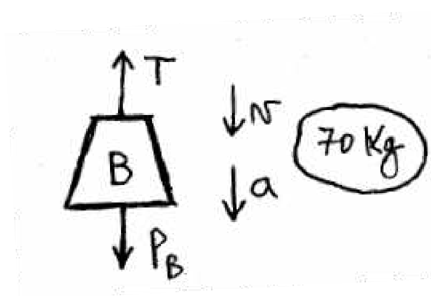
a) - Se lo libera a partir del reposo.
b) - Se lo impulsa imprimiendo una velocidad inicial al cuerpo A hacia abajo

M_A= 50kg M_B=70kg
α= 37° μ_e=0,4 μ_d=0,2



Solución: Me dan este sistema de 2 cuerpos vinculados. Piden calcular la aceleración del sistema. Hay rozamiento porque dan los mu. Dicen que primero lo liberan a partir del reposo. (→ V_0 = 0). El cuerpo B es más pesado que el A, así que el sistema tendería a evolucionar hacia la derecha. (O sea, así : ↗). Digo "tendería" porque todavía no se si la fuerza de rozamiento lo frena o no.
Hago los diagramas de cuerpo libre. Acá hay que tener un poco de cuidado de no olvidarse ninguna fuerza. Te olvidaste una fuerza... → Todo mal. Vamos :





Puse F_{ROZ} para abajo porque sé que el sistema tiende a moverse hacia la derecha. Planteo las ecuaciones de Newton :

PARA A : $T - P_{X_A} - f_{roz_D} = m_A \, a$ $\qquad$ $P_B - T = m_B \, a$ PARA B

$$P_{X_A} = P_A \cdot \operatorname{Sen} \alpha = 500 \text{ N} \cdot \operatorname{Sen} 37° \Rightarrow P_{X_A} = 300 \text{ N}$$

Calculo el máximo valor de la fuerza de rozamiento estático para ver si existe la posibilidad de que el sistema no se mueva:

$$F_{ROZ\,e\,MAX} = \mu e \times N = 0{,}4 \times 500\ N\ .\ \cos 37°$$

$$\Rightarrow\ F_{ROZ\,e\,MAX} = 160\ N$$

P_{XA} vale 300 N. Quiere decir que los 160 N de la Fuerza de rozamiento estática máxi-ma y los 300 N del peso en equis no logran dejar quieto al sistema. El sistema se mueve. Tengo que calcular la Fuerza de Rozamiento dinámica.

$$F_{roz_D} = \mu_D . N \Rightarrow F_{roz_D} = 0{,}2 \times 500\ N.\ \cos 37°$$

$$\Rightarrow F_{roz_D} = 80\ N \leftarrow$$ VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO DINAMICA

Entonces las ecuaciones quedan:

$$\begin{cases} T - 300\ N - 80\ N = 50\ Kg . a \\ 700\ N - T = 70\ Kg . a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} T - 380\ N = 50\ Kg . a \\ 700\ N - T = 70\ Kg . a \end{matrix}$$

Sumo las ecuaciones :

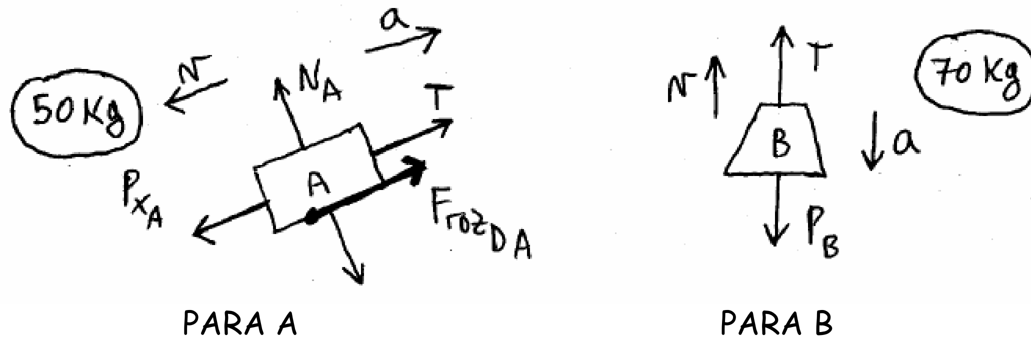
$$-380\ N + 700\ N = 50\ Kg . a + 70\ Kg . a$$

$$\Rightarrow 320\ N = 120\ Kg . a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 2{,}66\ \frac{m}{s^2}} \leftarrow$$ ACELERACIÓN DEL SISTEMA

La descripción del movimiento sería esta: al liberar el sistema partiendo del reposo los cuerpos son arrastrados hacia la derecha. El cuerpo A sube y el B baja. El sistema se mueve con una aceleración de 2,66 m/seg.

Vamos ahora a la situación b), o sea, se lo impulsa al cuerpo A para abajo. Ahora la fuerza de rozamiento cambia de sentido. Los diagramas de cuerpo libre quedan así :



PARA A PARA B

$$T + F_{roz_{DA}} - P_{x_A} = m_A\, a \qquad P_B - T = m_B\, a$$

Fijate que los cuerpos se mueven hacia allá 🡐 pero la aceleración va para allá 🡒.
O sea, el sistema ESTÁ FRENANDO. Planteo las ecuaciones de Newton :

PARA A : $T + 80\,N - 300\,N = 50\ Kg\,.\,a$

PARA B : $700\,N - T = 70\ Kg\,.\,a$

Sumo las ecuaciones :

$$80\,N - 300\,N + 700\,N = 50\ Kg\, a + 70\ Kg\, a$$

$$\Rightarrow\ 480\ N = 120\ Kg\,.\,a$$

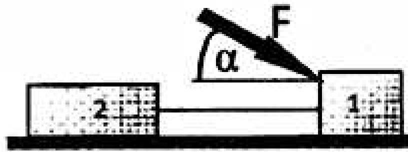
$$\Rightarrow\ \boxed{a = 4\ \frac{m}{s^2}}$$ ← ACELERACIÓN DEL SISTEMA

La descripción del movimiento en la situación b) sería: al impulsar al cuerpo A para abajo, el sistema se mueve hacia la izquierda pero va frenando con una aceleración de 4 m/seg. El cuerpo A baja y el B sube. Los cuerpos se mueven con velocidad así : 🡐 pero la aceleración va al revés (🡒). El sistema ESTÁ FRENANDO.

NOTA: La gran mayoría de la gente se olvidó de poner la descripción del movimiento en las situaciones a) y b). En la corrección esto se considera "incompleto".

---

3 – Se aplica una fuerza F a la caja 1 formando un ángulo α con la horizontal como indica la figura de manera que el sistema se desplaza hacia la derecha. Si P_1 y P_2 son los pesos de la caja y μ_D es el coeficiente de rozamiento dinámico entre la superficie y las cajas, entonces la fuerza total de rozamiento que actúa sobre el sistema es :

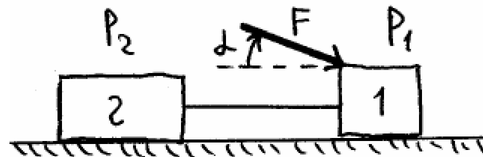


☐ $\mu F \sin\alpha$ ☐ $\mu(P_1+P_2)$

☐ $\mu(P_1+P_2-F\sin\alpha)$ ☐ $\mu(P_1+P_2+F\cos\alpha)$

☐ $\mu(P_1+P_2+F\sin\alpha)$ ☐ $\mu(P_1+P_2-F\cos\alpha)$

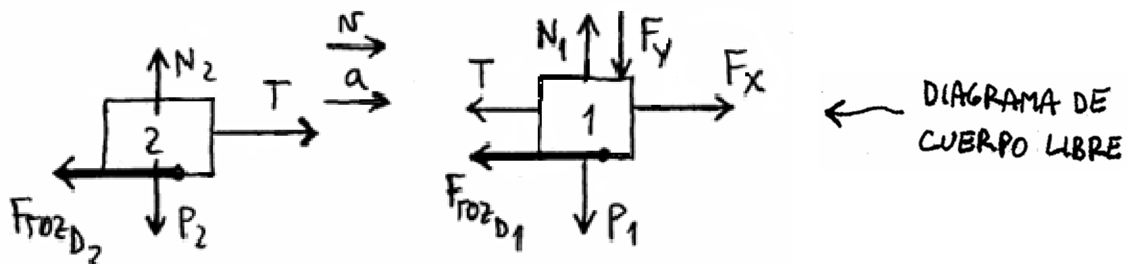
Solución: Hay que entender que hay rozamiento **sobre las 2 cajas**. El dibujito que me dan es este :



Descompongo la fuerza que actúa sobre el cuerpo 1 en 2 direcciones :



Entonces los diagramas de cuerpo libre quedan así : (Mucho cuidado con el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo 1)



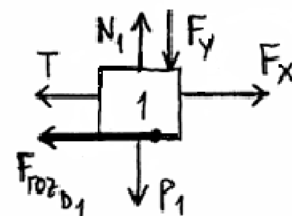
La fuerza de rozamiento dinámica sobre el cuerpo 2 vale :

$$F_{roz\,D_2} = \mu_D \cdot N_2 \Rightarrow F_{roz\,D_2} = \mu_D\, P_2$$

Para el cuerpo 1 la fuerza de rozamiento dinámico vale $F_{ROZ\,D1} = \mu_D \cdot N_1$. Necesito calcular N_1 . Del diagrama de cuerpo libre para el 1 :

$$N_1 - F_y - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = F_y + P_1$$

$$\Rightarrow F_{ROZ\,D_1} = \mu_D \cdot N_1 = \mu_D \cdot (F.\,\mathrm{Sen}\,\alpha + P_1)$$



Ahora, la fuerza de rozamiento dinámica total será la suma de las fuerzas de rozamiento $F_{ROZ\,D1}$ + $F_{ROZ\,D2}$. Entonces :

$$F_{ROZ_{D\,TOTAL}} = F_{ROZ_{D1}} + F_{ROZ_{D2}} \Rightarrow$$

$$F_{ROZ_{D\,TOT}} = \mu_D \left(F.\operatorname{sen}\alpha + P_1 \right) + \mu_D\, P_2$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{ROZ_{D\,TOT}} = \mu_D \left(P_1 + P_2 + F \operatorname{sen}\alpha \right)} \leftarrow \text{FUERZA DE ROZ TOTAL QUE ACTÚA}$$

Correcta la 3ra de la izquierda, abajo.

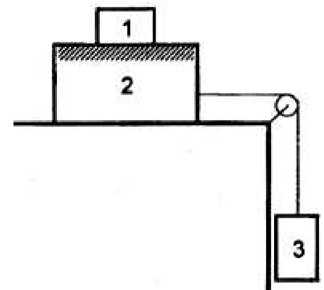
UN PROBLEMA DEL INFIERNO

Acá tenés un problema para expertos. Miralo si te animás...

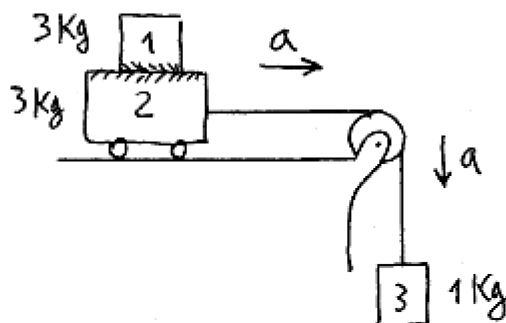
4 - Se tiene el sistema de la figura, en el cual las masas de los cuerpos son: m_1 = 3kg, m_2 = 3kg, y m_3 = 1kg. Entre el cuerpo 1 y el 2 hay rozamiento (μ_e=0.4, μ_d=0.2), pero no lo hay entre el cuerpo 2 y la superficie en la que está apoyado. La soga y la polea son ideales.

a) Sabiendo que los cuerpos 1 y 2 no deslizan uno respecto del otro, calcule la fuerza de rozamiento entre ellos.

b) Calcule cuál sería el máximo valor de la masa del cuerpo 3 (m_3) para que el cuerpo 1 y el 2 se muevan juntos.

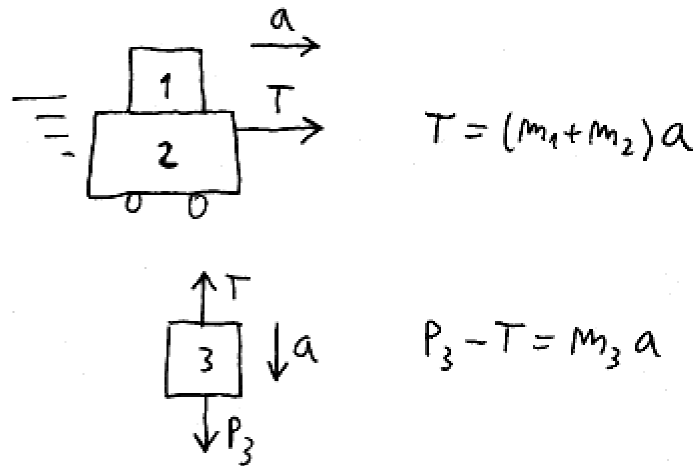


Solución: Bueno, acá tenemos un problema verdaderamente complicado. Ahora vas a ver por qué. Pero lo tomaron, así que hay que resolverlo. Empecemos. Veamos lo que nos dan: Tenemos un cuerpo 1 arriba del cuerpo 2. Los objetos 1 y 2 se mueven juntos porque hay rozamiento entre 1 y 2. No hay rozamiento entre 2 y el suelo. Piden calcular la fuerza de rozamiento que actúa entre los cuerpos 1 y 2. Hagamos un esquema del asunto :



Los cuerpos 1 y 2 se mueven juntos. Entonces puedo considerar que 1 y 2 son un solo

cuerpo de masa $m_1 + m_2$. Hago los diagramas de cuerpo libre :



Fijate que en el dibujo que ellos dan los cuerpos 1 y 2 tienen distinto tamaño, pero en los datos dicen que tienen la misma masa (3 kg). Reemplazo por los datos y me queda :

$$T = 6\,Kg \cdot a$$

$$10\,N - T = 1\,Kg \cdot a$$

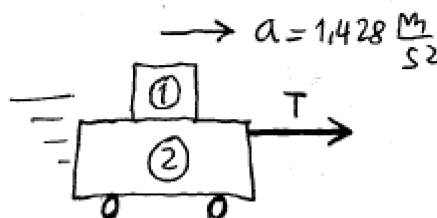
Sumo las ecuaciones y se me va la tensión. Me queda :

$$10\,N = 6\,Kg \cdot a + 1\,Kg\,a$$

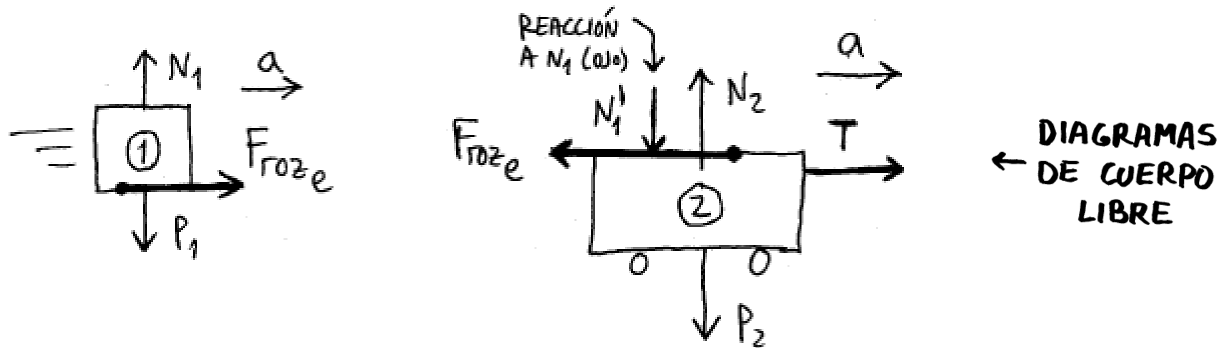
$$\Rightarrow 10\,N = 7\,Kg\,a$$

$$\Rightarrow \underline{a = 1{,}428\,\frac{m}{s^2}} \leftarrow \text{ACELERACIÓN DEL SISTEMA}$$

Ahora tengo que calcular la fuerza de rozamiento entre los cuerpos 1 y 2. Esto es un poco complicadex. Lo que tengo hasta ahora es esto :



O sea, tengo 2 cuerpos que avanzan juntos tirados por una soga. Para calcular F_{ROZ} tengo que hacer los diagramas de cuerpo libre de cada cuerpo. Ojo, miralos bien porque son difíciles. Los hago con mucho cuidado. Quedan así :



Fijate que la fuerza de rozamiento que actúa entre los cuerpos es estática, porque el cuerpo 1 no patina sobre el 2. Las ecuaciones van a ser :

$$F_{roz_e} = m_1\, a \qquad\qquad T - F_{roz_e} = m_2\, a$$

Reemplazando en la ecuación 1 ya puedo calcular F_{ROZe} :

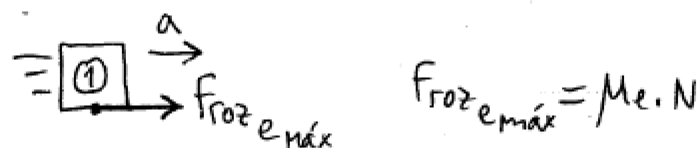
$$F_{roz_e} = 3\, Kg \cdot 1,428 \frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{roz_e} = 4,286\, N} \leftarrow$$ VALOR DE LA F. de ROZ.

Se puede comprobar el valor de esta F_{ROZe} reemplazando los valores en la otra ecuación. Fijate que esta F_{ROZe} que calculé <u>**NO ES LA MÁXIMA**</u>. Para calcularla no se puede usar la fórmula mu x N. Este fue un típico error de mucha de la gente que intentó resolver el ítem a). Vamos al punto b)

b) – Esta parte es difícil. Piden calcular el máximo valor que puede tener m_3 para que los cuerpos 1 y 2 se muevan juntos. Vamos a ver qué significa esta frase. La cosa es así: Si la masa del 3 fuera muy grande, la tensión de la cuerda sería muy grande. Esta tensión pegaría una especie de tirón sobre los cuerpos 1 y 2. El tirón repentino haría que el cuerpo 1 patine sobre el 2. O sea, el 2 avanzaría con el 3 porque están atados por la cuerda. Pero el cuerpo 1 se iría para atrás respecto del 2. (Esto hay que pensarlo un poco). Para entender mejor la situación tratá de imaginarte que no hay rozamiento entre 1 y 2.

Hagamos en diagrama de cuerpo libre del cuerpo de arriba suponiendo que la F_{ROZ} es la máxima posible. Me queda así :

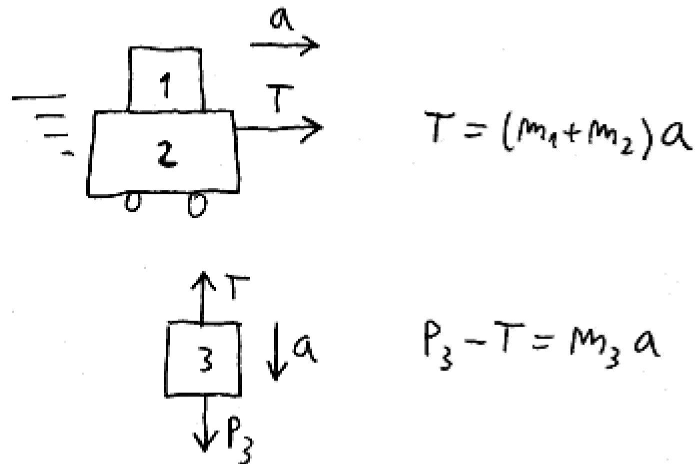


Reemplazo por los valores :

$$\Rightarrow F_{roze_{max}} = 0,4 \times 30\,N = 12\,N$$

$$12\,N = 3\,Kg \cdot a \Rightarrow \underline{a_{Max} = 4\,\frac{m}{s^2}}$$ ← MÁXIMA ACELERACIÓN PARA QUE LOS CUERPOS ① Y ② NO PATINEN

Ahora hago el diagrama de cuerpo libre con esta máxima aceleración que calculé. Ojo, fijate que los cuerpos 1 y 2 siguen avanzando juntos. Los diagramas quedan :



Reemplazo por los valores en la 1ra ecuación : $T = (\,3\ kg + 3\ kg\,)\ .\ 4\ m/s^2$

➔ $\underline{T = 24\ N}$

Reemplazo este valor de 24 N en la ecuación para el cuerpo 3 y me queda :

$$P_3 - T = m_3\,.\,a \quad ➔ \quad m_3\,.\,g - 24\ N = m_3\,.\,a$$

$$\rightarrow \quad m_3\,.\,g - m_3\,.\,a = 24\ N$$

$$\rightarrow \quad m_3\,.\,(\,g - a\,) = 24\ N$$

$$\rightarrow \quad m_3\,.\,(\,10\ m/s^2 - 4\ m/s^2\,) = 24\ N$$

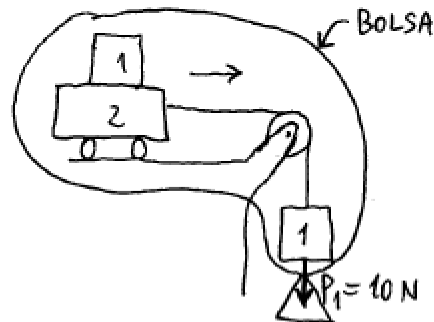
$$\rightarrow \quad m_3\,.\,(\,6\ m/s^2\,) = 24\ N$$

$$\Rightarrow \boxed{m_{3_{Max}} = 4\ Kg}$$ ← MÁXIMO VALOR QUE PUEDE TENER m_3

Para comprobar los valores de aceleración siempre se puede usar el método de la bolsa de gatos. Este método dice que :

$$\text{aceleración del sistema} = \frac{\text{Fuerza total que tira del sistema}}{\text{masa total que es arrastrada}}$$

Hagamos un dibujo: Para el ítem a) la situación es esta :



La fuerza total que tira es el peso de m_3 (= 10 N). La masa total que es arrastrada es $m_1 + m_2 + m_3$ = 3 kg + 3 kg + 1 kg = 7 kg.

$$a = \frac{10\ N}{7\ kg} = 1{,}428\ \frac{m}{s^2} \quad (\text{ verifica })$$

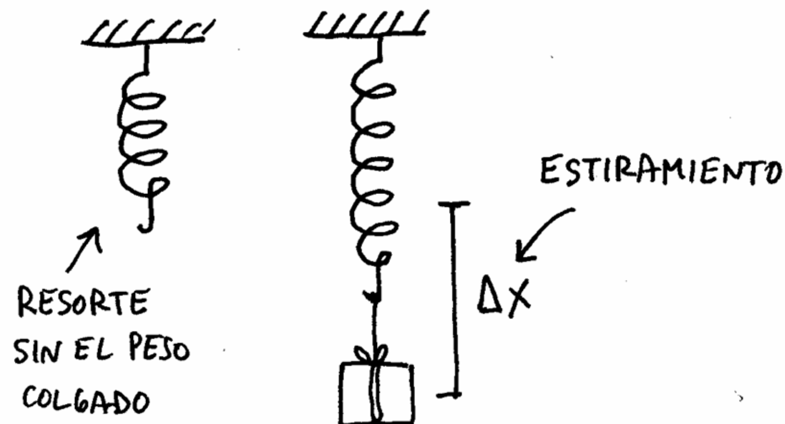
Para el punto b) la fuerza total que tira es el peso de m_3 que es de 40 N. La masa total arrastrada es $m_1 + m_2 + m_3$ = 3 kg + 3 kg + 4 kg = 10 kg. Entonces :

$$a = \frac{40\ N}{10\ kg} = 4\ \frac{m}{s^2} \qquad (\text{ verifica })$$

NOTA : La parte a) es difícil. Poca gente la hizo bien. La parte b) es mucho más difícil. Casi nadie la hizo bien. Para mi gusto este problema está por arriba del nivel de Física CBC. Más bien es un problema de Física I. Pero bueno, lo tomaron, lo tomaron... Bienvenido a Física CBC.

FUERZAS ELASTICAS

(RESORTES – LEY DE HOOKE)



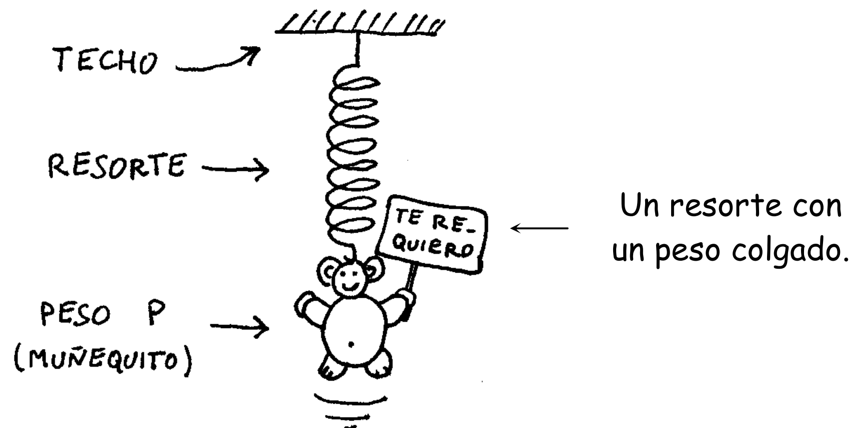
$$F = K \cdot X$$ ← LEY DE HOOKE

- F: FUERZA QUE TIRA DEL RESORTE
- K: CONSTANTE ELÁSTICA
- X: ESTIRAMIENTO

FUERZAS ELÁSTICAS
RESORTES - LEY DE HOOKE

TEORIA

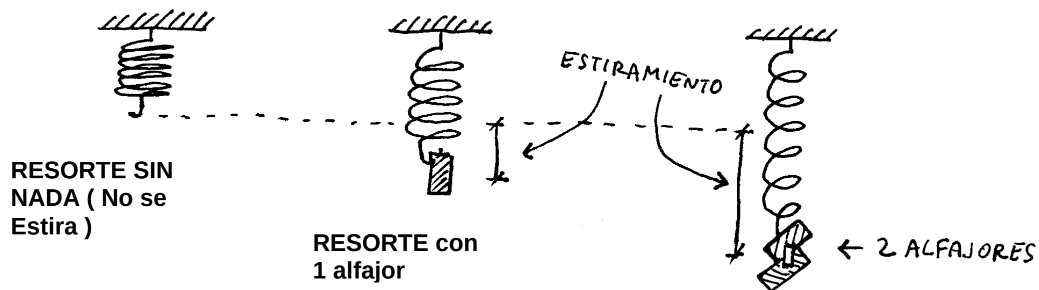
¿ Alguna vez viste esos muñequitos con resorte que se cuelgan del techo ? Tienen un resorte que tiene cierta longitud. Al colgarle el muñequito o algún otro peso, el resorte se estira. Más pesado es lo que cuelgo, más se alarga el resorte. Sería algo así:



A lo que mide inicialmente el resorte ellos lo llaman " <u>longitud natural</u> ". Esta longitud natural es lo que mide el resorte sin estar ni comprimido ni estirado.

La pregunta ahora es: Yo cuelgo un peso y el resorte se estira. Si cuelgo un peso doble... ¿ el estiramiento será el doble ? La respuesta es **<u>SÍ</u>**, y eso es justamente lo que dice la ley de Hooke. ¿ Cómo compruebo esto ?

<u>Rta</u>: Muy fácil. Hago lo mismo que hizo Hooke. Voy a un negocio y me compro el muñequito con el resorte. Me compro también algunas cosas para colgarle. Por ejemplo, algunos alfajores que digan **PESO NETO: 50 gr.** Ahora saco el muñequito y voy colgando los alfajores así:



Con cada alfajor que voy colgando veo que el resorte se va estirando. Supongamos que cada vez que cuelgo un alfajor el estiramiento es de 10 cm.

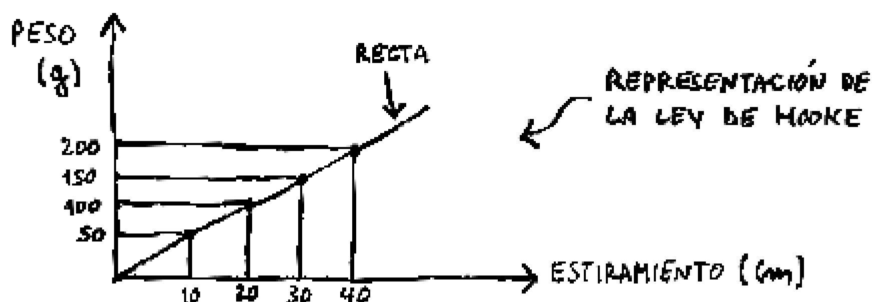
Si hago una tabla de valores me queda esto:

Objeto Colgado	Peso Total	Estiramiento Total
1 alfajor	50 g	10 cm
2 alfajores	100 g	20 cm
3 alfajores	150 g	30 cm
4 alfajores	200 g	40 cm

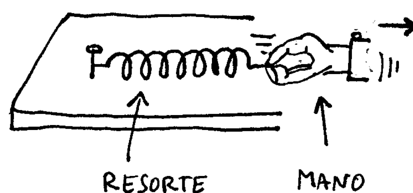
⇦ Tabla con los pesos y el estiramiento.

Fijate que este experimento es algo que vos podés hacer si te conseguís un resorte y unos alfajores. Esto mismo es lo que hizo Hooke en 1600 y pico. (Es decir, fue a un negocio, compró los alfajores, el muñequito y etc, etc).

La conclusión que sacó Hooke es que si uno cuelga un peso doble, el estiramiento es el doble. Si uno cuelga un peso triple, el estiramiento es el triple. (Genio)
Ahora, hablando en forma física, ¿ Qué fue lo que hizo Hooke ?
Rta: Comprobó que lo que se estira un resorte es proporcional al peso que uno le cuelga. Representemos esto. Si pongo los valores en un gráfico me da una recta.
Fijate:

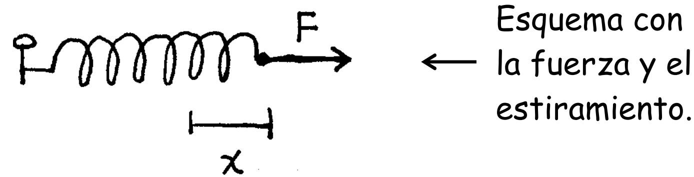


Dicho de otra manera, el estiramiento es directamente proporcional al peso colgado.
Bueno, esto creo que más o menos se entiende. Ahora imaginate esta otra situación: pongo un resorte agarrado a un clavo sobre una mesa y tiro.



← La mano tira del resorte y lo alarga.

Voy a llamar F a la fuerza que yo hago sobre el resorte y x al estiramiento.
Pongamos el resorte con la fuerza aplicada sobre él. El diagrama sería éste:

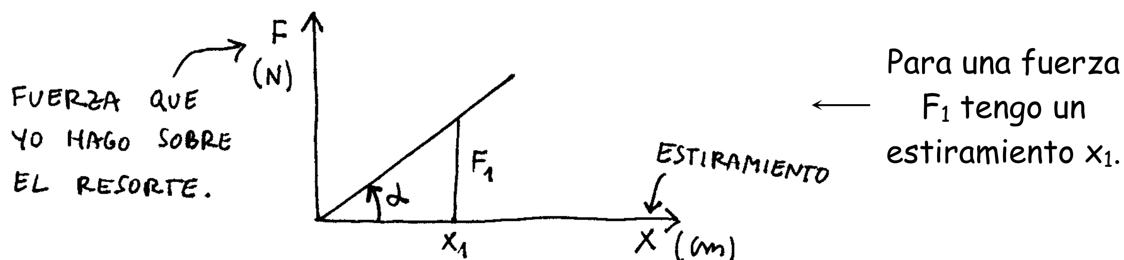


← Esquema con la fuerza y el estiramiento.

Si hago una fuerza F, tengo un estiramiento determinado. Si hago una fuerza doble, el estiramiento será el doble. (Igual que cuando iba colgando los pesos).
Puedo decir que la fuerza aplicada va a ser proporcional a la elongación del resorte. (Elongación = estiramiento). O sea:

F es proporcional a **X**

Quiere decir que la función que relaciona a **F** con **X**, tiene que ser una función lineal. (Una recta). Tipo $y = m\ x + b$ o algo por el estilo. El gráfico que yo había obtenido era éste:



← Para una fuerza F_1 tengo un estiramiento x_1.

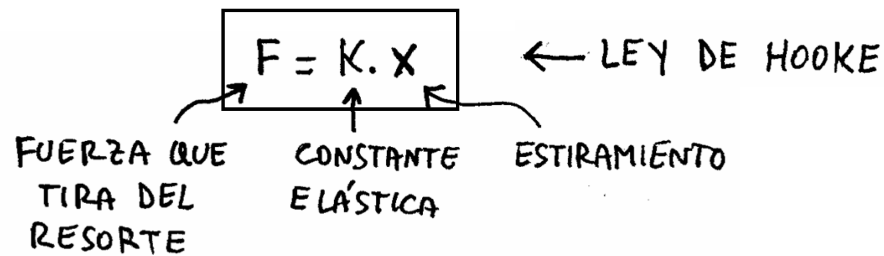
La recta sale del origen, porque para F = 0, el estiramiento es cero. Me queda entonces algo del tipo $y = m\ .\ X$. Algunos chicos dicen: ¿ No se puede poner directamente $F = X$?. La respuesta es: no, porque e**F**e no es igual a equis. F es **proporcional** a X.

Ahora mirá el dibujito de arriba. ¿ La pendiente de la recta, cuál es ? Y bueno, en el triangulito el cateto opuesto es F_1 y el adyacente es x_1. A la pendiente de la recta, la llamo **K** , (constante del resorte). Me queda:

$$K = \frac{\text{Fuerza que tira}}{\text{Distancia que se estiró}} \quad \leftarrow \text{Constante del resorte.}$$

Y ahora sí tengo la expresión a la que llegó Hooke jugando con el muñequito y los alfajores. (El muñequito está en un museo, y los alfajores se los morfó). Como es una recta, tiene que ser del tipo $Y = m\ .X$. Pero a la pendiente m yo la llamé K. Entonces la ecuación tiene que ser $F = K.X$.

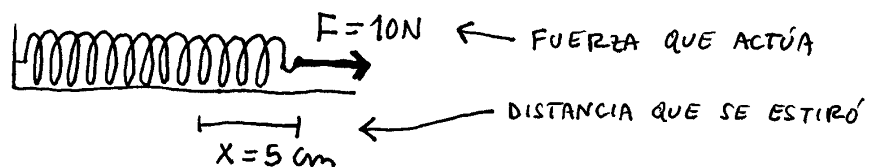
Fijate el significado de cada cosa en la fórmula F = K.X :



Cuando yo digo F = K.X, quiero decir que si tengo un resorte de constante K y quiero mantenerlo estirado (o comprimido) una distancia X, la fuerza que voy a tener que hacer va a valer K por X. Esto es la ley de Hooke. ¿ Me seguiste ?
Bueno, vamos a esto otro:

¿ QUÉ ES LA CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE ? ← VER

La constante K es lo que me dice si el resorte es blando o duro. Cuanto mayor es K, más duro es el resorte. Cuanto menor es K, menos duro es el resorte. Cuando digo " resorte duro " quiero decir resorte difícil de estirar o difícil de comprimir.
Por ejemplo, supongamos que tengo un resorte tal que si le hago una fuerza de 10 Newton, se estira 5 cm :



Si planteo la ley de Hooke F = K.X me queda:

$$10\,\text{N} = k \cdot 5\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{10\text{N}}{5\text{cm}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 2\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}} \quad \leftarrow \text{Valor de la constante.}$$

Ahora, fijate esto: ¿ Qué significa este resultado de K = 2 N/cm ?.
Rta: Significa que tengo un resorte tal que para mantenerlo estirado una distancia de 1 cm, tengo que hacer una fuerza de 2 N.
Pregunta: ¿ Un resorte que tuviera una constante doble sería más duro ?
Rta: Sí, sería más duro, porque para tenerlo estirado 1 cm uno tendría que hacer una fuerza de 4 N. (El doble).

Resumiendo, la constante elástica es una medida de la facilidad o la dificultad para estirar a un resorte. Desde el punto de vista gráfico, la constante es la pendiente de la recta del gráfico fuerza en función del estiramiento. Sus unidades son las de una fuerza dividida por una distancia.

$$[K] = \frac{N}{m} \text{ ó } \frac{Kgf}{m}$$ ← UNIDADES DE LA CTE ELÁSTICA

La constante también puede estar en N/cm o Kgf /cm o alguna otra unidad parecida. Ahora un comentario:

<u>ACLARACIÓN SOBRE EL SIGNO MENOS</u>

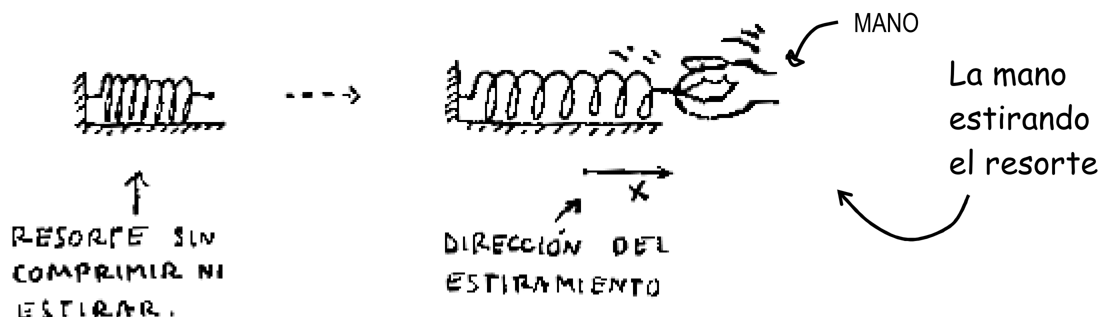
A veces ellos no ponen la ley de Hooke como F = K . X, sino como F = – K . X (VER)
¿ Por qué es esto ? Bueno, la fuerza F que yo puse en la fórmula es la que

yo

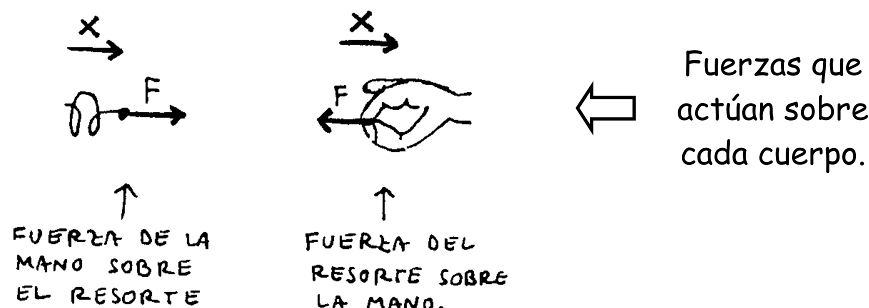
hago sobre el resorte. A su vez, el resorte ejerce sobre mi mano una fuerza igual y contraria. (La reacción). Esta fuerza que ejerce el resorte apunta al revés que el estiramiento. Es decir, si el estiramiento va así: ←, la fuerza va así: →.

Entonces, si uno considera la fuerza que hace el resorte sobre la mano (en vez de considerar la que la mano hace sobre el resorte), tiene que poner un signo negativo. El signo menos viene de considerar que la fuerza que hace el resorte apunta al revés del estiramiento. ¿ Tendés como es la cosa ?

Entonces... ¿ La Ley de Hooke se pone F = K.X o F = - K.X ?
<u>Rta</u>: Es lo mismo. Se puede poner de las 2 maneras. Vos tenés que trabajar con el **<u>módulo</u>** de la fuerza. El signo no lo usás. A ver si con este dibujito lo ves mejor:



Las fuerzas que actúan sobre la mano y sobre el resorte son:



Resumiendo: No es necesario poner el sigo menos. Vos poné la fórmula como F = K.X. La fuerza la usás en módulo y el sentido de F lo marcás vos después en tu dibujo.

ACLARACIONES SOBRE LA LEY DE HOOKE:

* En la fórmula F = K.X suele decirse que equis es el estiramiento o elongación. Esto está bien, pero no te olvides que X también puede ser **COMPRESIÓN**.

* A veces también se pone la Ley de Hooke como F = K.ΔX. (ΔX = delta equis). Es lo mismo. Podes poner F = K.X o F = K.ΔX. Lo importante es que sepas que ΔX es la distancia que se estiró el resorte con respecto a su longitud natural de no estirado ni comprimido. (Que se estiró o que se comprimió).

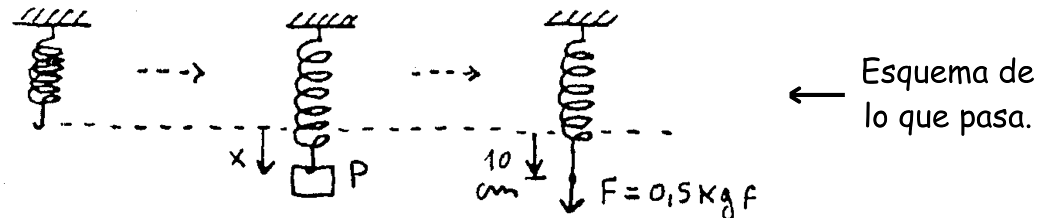
En principio, acá termina la teoría de fuerzas elásticas. No es muy difícil, como ves. Pero OJO por lo siguiente: Hooke es un tema que no suelen tomarlo así aislado. Es demasiado fácil. Es aplicar la fórmula F = K.X . Si lo toman, lo toman mezclado con alguna otra cosa. Por ejemplo, pueden tomarlo combinado con plano inclinado, con rozamiento, con cuerpos vinculados, con movimiento circular, con energía o algo así.

Tenés que saber bien esto de fuerzas elásticas porque después se lo vuelve a ver en trabajo y energía. Ahí se parte de la ley de Hooke para explicar la energía elástica de un resorte.

EJEMPLO:

SE CUELGA UN PESO DE MEDIO KILO DE UN RESORTE Y SE OBSERVA QUE EL RESORTE SE ESTIRA 10 cm. CALCULAR:
a) - LA CONSTANTE ELÁSTICA DEL RESORTE.
b) - LA FUERZA QUE SE EJERCE SI SE TIRA DEL RESORTE Y SE LO ALARGA 35 cm.

a) - Calculo K. Planteo ley de Hooke. Hago un dibujito de lo que dice el problema. Tengo esto:



La constante del resorte va a ser:

$$F = K.X \rightarrow K = F/X \rightarrow K = \frac{500\ gf}{10\ cm}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 50\ \frac{gf}{cm}}$$ ← Valor de la constante elástica del resorte.

Esto que calculé me indica que para estirar a este resorte, tengo que hacer una fuerza de 50 gramos fuerza para alargarlo 1 cm.

b) - Si el tipo estira el resorte 35 cm, x vale 35 cm. Entonces:

$$F = K \cdot x \quad \Rightarrow F = 50\ \frac{gf}{cm} \cdot 35\ cm = 1.750\ gf$$

$$\Rightarrow \underline{F = 1,75\ Kgf}$$ ← Fuerza que ejerce.

De este problema quiero que veas una conclusión importante: El tipo, al colgar un peso conocido (0,5 Kgf) y calcular la constante está **calibrando** el resorte. Esto significa que ahora él ya sabe que por cada 50 gr que cuelgue, el resorte se va a estirar 1 cm.

Cuando uno tiene un resorte calibrado, puede usarlo para **medir fuerzas**. Por ejemplo, si querés saber que fuerza estás haciendo con la mano, tirás del resorte y te fijás cuánto vale el estiramiento. Después calculás la fuerza que estás haciendo usando la fórmula F = K.X .

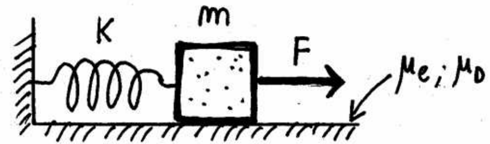
Con un resorte uno puede calcular cuanto pesa un cuerpo desconocido. Es la misma historia. Colgás el peso desconocido del resorte y medís el estiramiento. Esto es lo que se llama fabricar un **dinamómetro**, es decir: un resortito calibrado que se usa para medir fuerzas. Dicho de otra manera, con un resortito puedo fabricar una balanza. En principio las balanzas funcionan así.

Conclusión: Los resortes son cosas que me permiten medir fuerzas. Esto es importante. La manera que tiene la física para medir una fuerza es usando un resorte.

PROBLEMA DE PARCIAL

El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg y existe rozamiento entre el mismo y la superficie con coeficientes: μ_e = 0,5 y μ_d = 0,2. El cuerpo está en reposo. Se observa que la fuerza F es de 100 N y que el resorte, cuya constante elástica es K = 300 N/m, está alargado en 20 cm respecto a su posición inicial. Diga cuál de estas afirmaciones corresponde para el valor y el sentido de la fuerza de rozamiento:

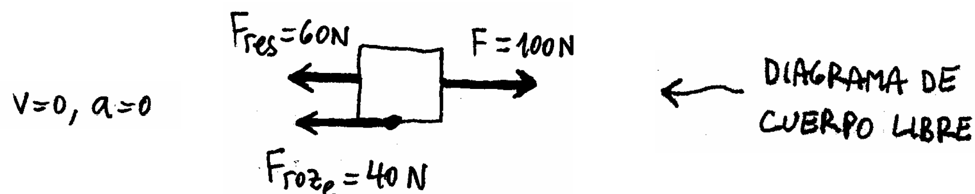
a) 40 N con sentido contrario a la fuerza elástica
b) 50 N con igual sentido que la fuerza elástica
c) 40 N con igual sentido que la fuerza elástica
d) 20 N con sentido contrario a la fuerza elástica
e) 50 N con sentido contrario a la fuerza elástica
f) 20 N con igual sentido que la fuerza elástica.



Dicen que el cuerpo está quieto. Entonces la fuerza de rozamiento que está actuando es la de rozamiento estática. El resorte está estirado 20 cm. Entonces la fuerza que hace vale:

$$F = K . X = 300\ N/m \times 0{,}2\ m = \underline{\mathbf{60\ N}}$$

Ahora dicen que la fuerza F vale 100 N. quiere decir que tengo 100 N tirando así ➔ y 60 N tirando así 🡐 . La resultante de estas 2 fuerzas es una fuerza de 40 N así ➔. La fuerza de rozamiento estática debe equilibrar a esta fuerza. El diagrama de cuerpo libre sería este:



Quiere decir que F_{ROZe} vale 40 N así: 🡐.

Conclusión: correcta la c) **40 N con igual sentido que la fuerza elástica.**

Este problema está hecho para que vos caigas en la trampa de decir: $F_{ROZ\,e} = \mu_e . N$

Calculás F_{ROZe} , te da 50 Newton y parecería que la b) o la e) fueran las correctas. Pero no. El error está en decir que $F_{ROZe} = \mu_e.N$. F_{ROZe} no es igual a $\mu_e.N$ Lo que es igual a Mu estático por N es la fuerza de rozamiento **MAXIMA** que puede hacer el piso. En este caso hay rozamiento estático, pero la fuerza que actúa **no es la máxima**.

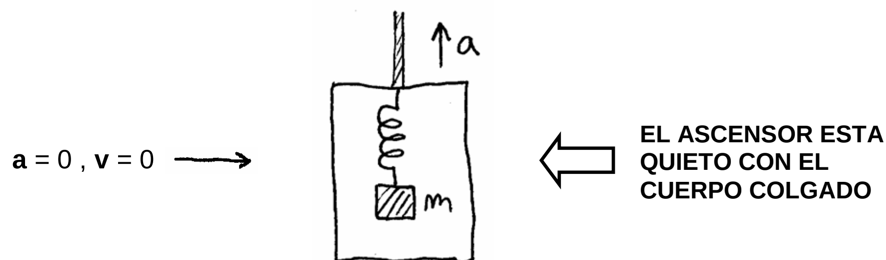
Por cierto, en este problema la masa no se usa. Es un dato de más. Lo dan para que caigas en el truco de calcular la fuerza de rozamiento usando Mu por eNe. (Horror)

PROBLEMA PARA EXPERTOS

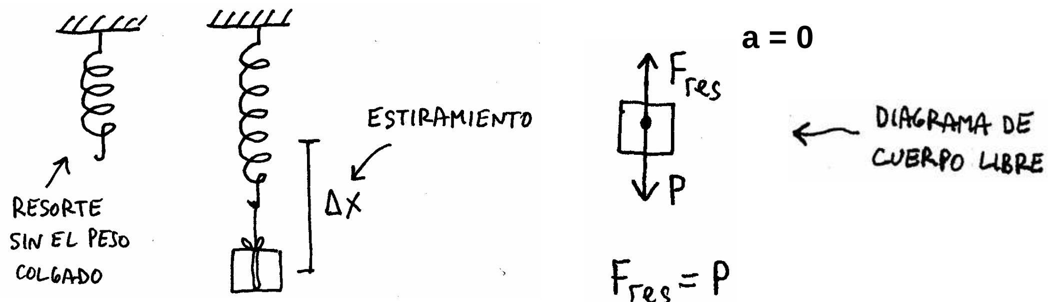
SE CUELGA UN CUERPO DE 2 KILOGRAMOS DE UN RESORTE Y SE LO COLOCA EN UN ASCENSOR. CALCULAR EL ESTIRAMIENTO DEL RESORTE EN LOS SIGUIENTES CASOS :

a) - ASCENSOR QUIETO.
b) - ASCENSOR SUBIENDO CON VELOCIDAD CONSTANTE 2 m/seg.
b) - ¿ CUANTO VALE LA ACELERACIÓN DEL ASCENSOSR SI SE VERIFICA QUE EL RESORTE SE ESTIRA 15 cm ?
DATO: K = 2 N / cm

a) Bueno, hagamos un dibujito. Dicen que el ascensor está quieto con el peso de 2 kg colgado del resorte:



Cuando el cuerpo no está colgado, el resorte tiene cierta longitud. Esto es lo que mide el resorte cuando no está ni comprimido ni estirado. Se la suele llamar " longitud natural ". Ahora, al colgar el cuerpo, el resorte se estira un cierto ΔX.



Con el ascensor quieto, la fuerza que hace el resorte es igual al peso del cuerpo. El peso es 20 Newton y la constante del resorte es 2 Newton/cm. Entonces:

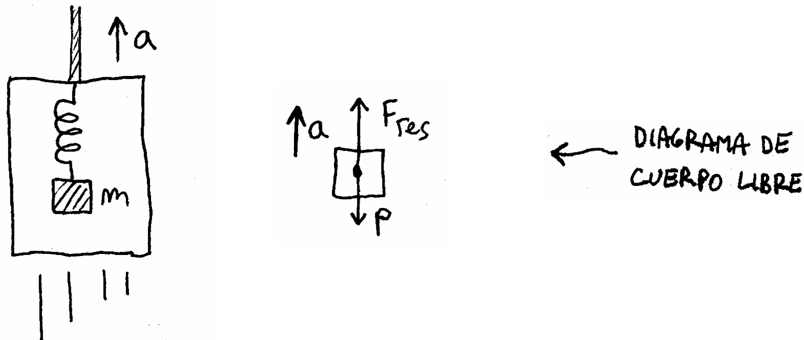
$$F = K \cdot X \Rightarrow X = \frac{F}{K}$$

$$\Rightarrow X = \frac{20\ N}{2 N/cm} \Rightarrow \underline{X = 10\ cm} \leftarrow \text{ESTIRAMIENTO DEL RESORTE}$$

b) – Ahora dicen que el cuerpo sube con velocidad constante 2 m/seg. Hay que

pensarlo un poco. Si el ascensor se mueve con velocidad constante, la aceleración sigue siendo **<u>CERO</u>**. Quiere decir que el resorte va a seguir estirado 10 cm, lo mismo que si el ascensor estuviera quieto. Fijate que no importa el valor de la velocidad ni tampoco si el cuerpo está subiendo o bajando. Lo único que importa es que la velocidad sea constante.

c) – Ahora piden calcular la aceleración del ascensor sabiendo que el resorte se estira 15 cm. Esta es la pregunta del millón. Hagamos un dibujito:



Con el ascensor acelerando planteo la ley de Newton de acuerdo al diagrama de cuerpo libre:

$$F_{res} - P = m\,a \quad \Rightarrow \quad K\,x - P = m\,a$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{K.x - m\,g}{m}$$

Acá hay un problema. Me dicen que el resorte está estirado 15 cm. Pero... ¿ Esos 15 cm están medidos desde la longitud inicial del resorte o desde cuando el cuerpo ya estaba colgado del resorte ? El problema no aclara esto. Es decir, no sé si tomar x = 15 cm o x = 25 cm. Supongamos que el dato está dado desde la longitud natural del resorte. En ese caso:

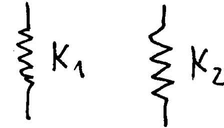
$$a = \frac{2\,\frac{N}{cm} . 15\,cm - 2\,Kg \times 10\,m/s^2}{2\,Kg}$$

$$\boxed{a = 5\,\frac{m}{s^2}} \quad \leftarrow \text{ACELERACIÓN DEL ASCENSOR}$$

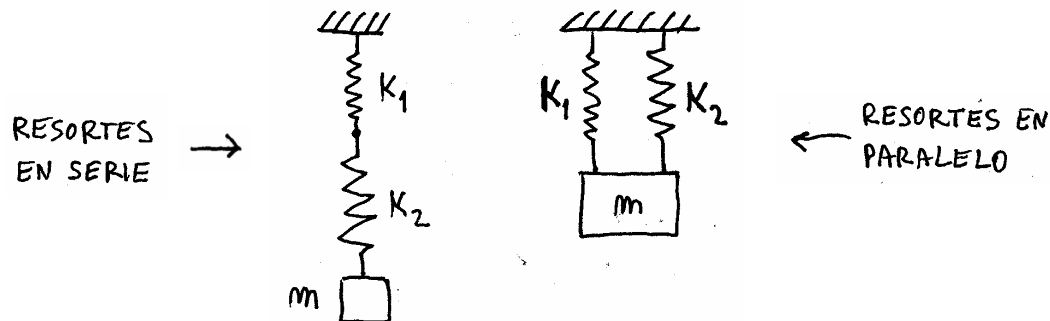
Aclaración: Me dio a = 5 m/s^2. Esto no quiere decir necesariamente que el ascensor esté yendo para arriba. Podría estar yendo para abajo y estar frenando. (Ojo). Este tipo de cosas son las genialidades que tiene la física.

RESORTES EN SERIE Y EN PARALELO

Supongamos que tengo 2 resortes de constantes K_1 y K_2



Uno puede conectar los 2 resortes entre sí. Si los pone uno a continuación del otro, tendría conexión en serie. Si los pone uno al lado del otro, tendría conexión en paralelo. Sería esto:



Se pueden hacer algunos cálculos para saber cuánto vale la constante equivalente de 2 resortes puestos en serie o en paralelo. Esos cálculos no son muy difíciles pero son un poco largos. Por eso no los pongo. Los resultados son estos:

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$ ← RESORTES EN PARALELO

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$ ← RESORTES EN SERIE

Entonces, para resortes en paralelo se suman las constantes y para resortes en serie se suman las inversas de las constantes. Por favor fijate esta fórmula que pongo ahora que es importante: Si despejás la constante equivalente para resortes en serie te da esto:

$$K_{eq} = \frac{K_1 . K_2}{K_1 + K_2}$$ ← RESORTES EN SERIE

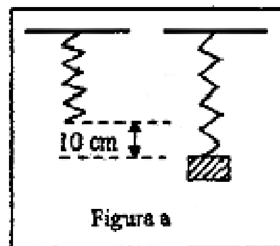
Atención, esta última fórmula vale sólo **PARA 2 RESORTES**. No se puede usar para 3 o más resortes. ¿ Estamos ?

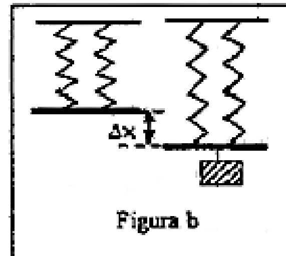
Para el caso particular de 2 resortes de constantes iguales, la K_{EQ} del paralelo sería $K_{EQ} = 2\ K$ y la constante equivalente para los 2 resortes en serie sería $K_{EQ} = k/2$.

PROBLEMA DE PARCIAL

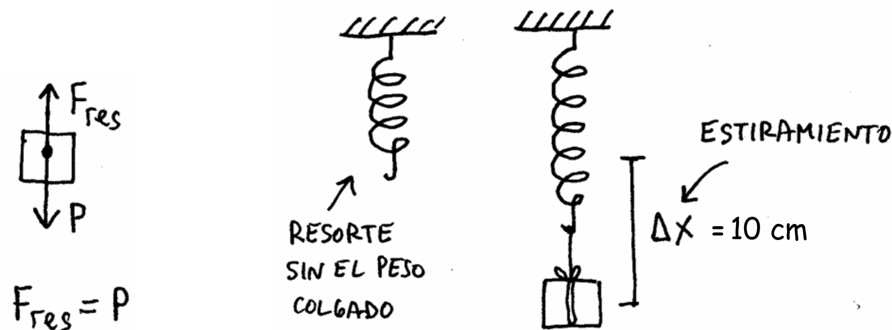
Un resorte de constante k y de masa despreciable se encuentra colgado del techo. Del extremo libre se cuelga una masa de 4 kg que produce en el equilibrio un estiramiento de 10 cm como muestra la figura **a**. Determinar el estiramiento en el equilibrio cuando el mismo cuerpo se cuelga de dos resortes de la misma constante k como indica la figura **b**.

a) 12, 5 cm **b) 15 cm** **c) 20 cm** **d) 5 cm** **e) 7,5 cm** **f) 10 cm**





Me dicen que cuelgo un cuerpo de 4 kg de un resorte y el resorte se estira 10 cm. Hagamos un dibujito:

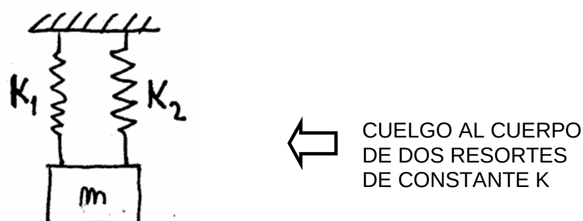


Calculo la constante del resorte:

$$F = K.\,X \;\rightarrow\; K = F/X$$

$$\rightarrow K = \frac{40\ N}{10\ cm} = \mathbf{4}\ \frac{N}{cm}$$

Ahora me dicen que cuelgo al cuerpo con 2 resortes de la misma constante que el primero. Quiere decir que tengo esto:



Los resortes están el paralelo. Para calcular la constante equivalente hago:

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

➔ K_{EQ} = 4 N/cm + 4 N/cm = 8 N/cm

Ahora calculo el estiramiento usando la constante equivalente :

$$F = K \cdot X \Rightarrow X = \frac{F}{K} \Rightarrow$$

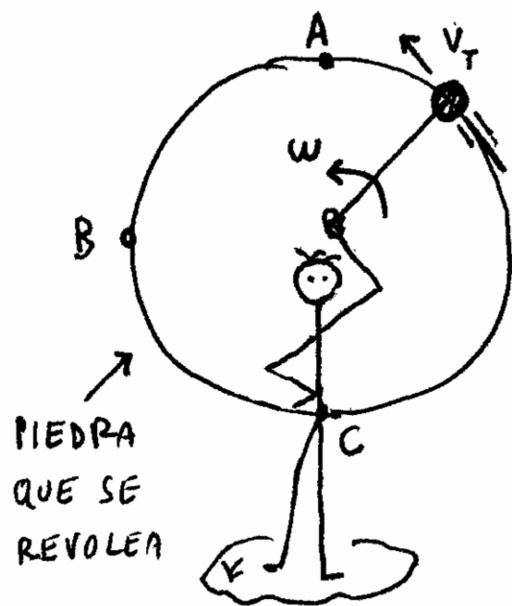
➔ $X = \dfrac{40\ N}{8\ N/cm} = \mathbf{5\ cm}$ ← ESTIRAMIENTO DEL RESORTE

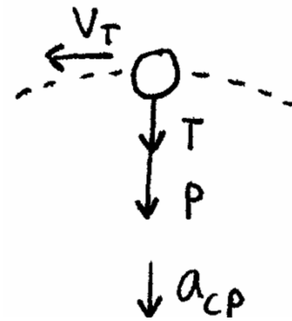
Correcta la opción d)

NOTA: Resortes en serie y en paralelo es un tema que no deberían tomar... Más bien es un tema de física I. Pero bueno, bienvenido a Física CBC.

FIN FUERZAS ELASTICAS – LEY DE HOOKE

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR





$$T + P = m\, a_{CP}$$

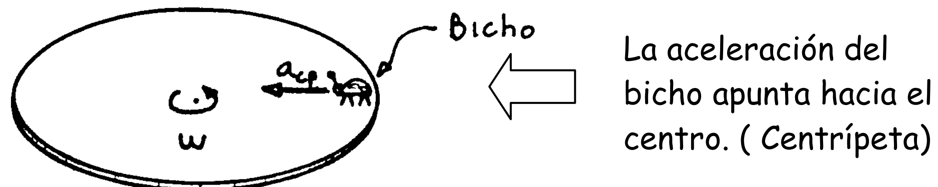
EN A. (ARRIBA).

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Cuando empecé con la parte de dinámica te comenté que para resolver los problemas había que plantear la 2da ley de Newton que decía:

$$\sum F = m.a$$

Ahora lo que quiero hacer es plantear esta misma ecuación para algo que se mueve con movimiento circular. Imaginate algo que está girando, por ejemplo un bichito de luz sobre un disco. El tipo tiene aceleración centrípeta porque está dando vueltas. Eso ya lo viste antes en la parte de cinemática del movimiento circular.



La aceleración del bicho apunta hacia el centro. (Centrípeta)

Acá también vale la ecuación de Newton. El tipo tiene aplicada una fuerza sobre él que es la que hace que se mueva en círculos. Esta fuerza se llama **centrípeta**. Si la fuerza centrípeta no existiera, el cuerpo nunca podría moverse siguiendo una trayectoria circular. Esto es porque la 1ra ley de newton dice que si una cosa no tiene ninguna fuerza aplicada, obligatoriamente se va a mover siguiendo una línea recta .

En el caso del bicho o de cualquier cosa que esté parada sobre un disco que gira, la fuerza centrípeta (F_{cp}) será la **fuerza de rozamiento**. Vas a entender esto mejor si mirás el diagrama de cuerpo libre:

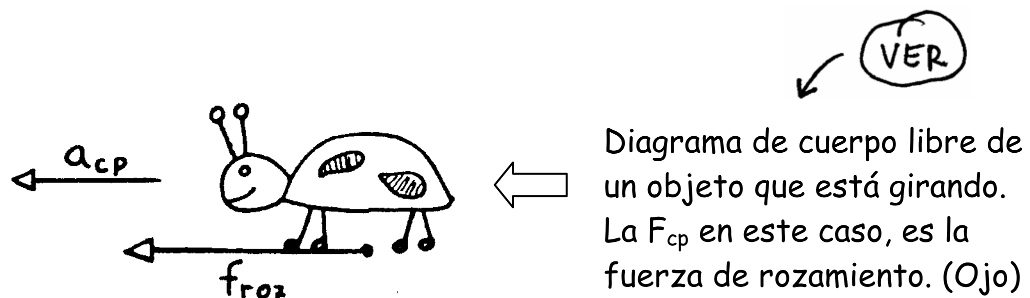


Diagrama de cuerpo libre de un objeto que está girando. La F_{cp} en este caso, es la fuerza de rozamiento. (Ojo)

Ahora, mirando el diagrama de cuerpo libre, planteo la ecuación de Newton. La única fuerza que actúa es la centrípeta. Entonces :

$$F_{CP} = m \times a_{CP}$$

La F_{cp} puede ser cualquier fuerza. Por ejemplo, el peso, la tensión de la cuerda, la fuerza de un resorte o la fuerza de atracción gravitacional de Newton. (Gravitación lo vamos a ver después). Para el caso particular del bicho girando sobre el disco, la Fcp va a ser la fuerza de rozamiento.

En conclusión, para cualquier cosa que esté dando vueltas, la ec. de Newton queda así:

VER → $$\sum F_{\text{EN DIRECCIÓN RADIAL}} = m \cdot a_{cp}$$ ⇐ LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR

COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MOVIMIENTO CIRCULAR: ← LEER

Para resolver problemas de dinámica circular conviene que sigas estos pasos :

1) Hacés el diagrama de cuerpo libre poniendo **todas las fuerzas** que actúan sobre el cuerpo. Sobre el diagrama también tenés que poner que la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta. (Tenés que indicar para dónde apuntan).

2) De acuerdo al diagrama, planteás la ecuación de Newton para el movimiento circular.

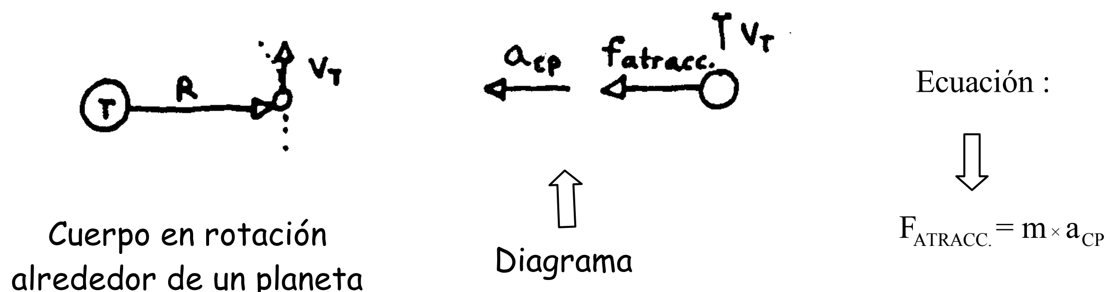
$$\sum F_{\text{en dirección radial}} = m \cdot a_{cp}$$

La Ec. de Newton dice que la sumatoria de las fuerzas en la dirección del radio es igual a la masa por la aceleración centrípeta.

3) Reemplazás a_{cp} por $\omega^2 R$ o por $V_T{}^2 / R$ y de la ecuación que te queda despejás lo que te piden.

ALGUNOS CASOS QUE SIEMPRE TOMAN

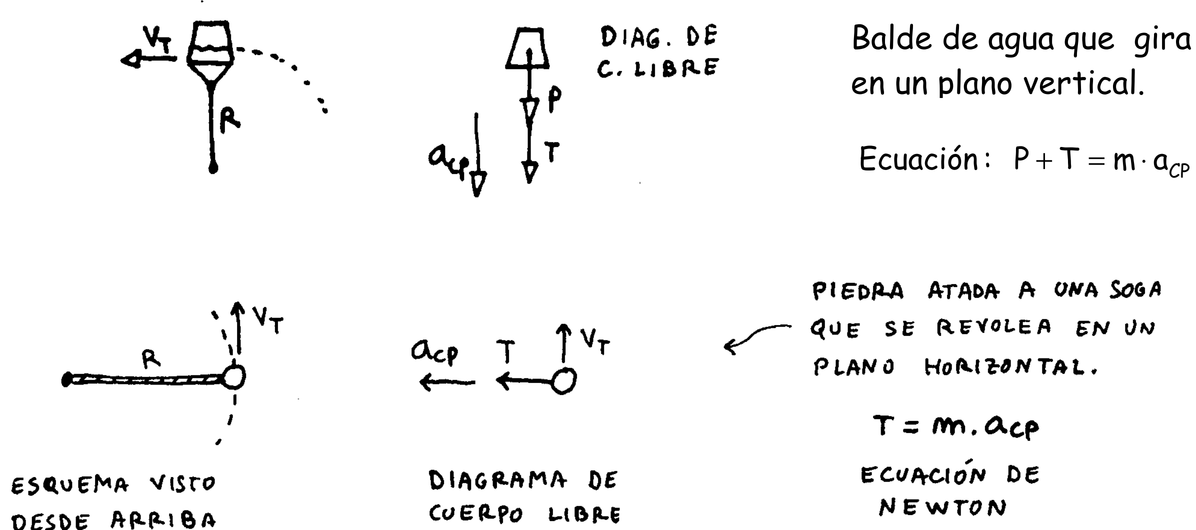
Prestale atención a los diagramas de cuerpo libre que pongo acá. Son casos que siempre suelen aparecer.



Cuerpo en rotación alrededor de un planeta

Diagrama

$F_{ATRACC.} = m \times a_{CP}$



Hay un montón de otras situaciones de cosas que giran con movimiento circular. Pero conviene que conozcas las que puse acá porque aparecen todo el tiempo.

<u>Sí</u> hay algo que tenés que saber: Movimiento circular no es un tema fácil de entender. El problema empieza cuando ellos te explican que cuando una cosa gira, hay una fuerza que tira para adentro llamada fuerza centrípeta. El asunto es que pese a la explicación, uno suele estar convencido de que la fuerza esa apunta para afuera y no para adentro. (Es lógico que uno piense así, porque cuando un auto agarra una curva uno tiende a irse para afuera, no para adentro).
No pretendo que entiendas esto de entrada. Y no pretendo que lo entiendas de entrada porque no es fácil de entender.
Entonces, lo que tenés que darte cuenta es que la idea es que sepas resolver unos 20 problemas de movimiento circular y que entiendas el concepto principal que es que :

LA FUERZA CENTRÍPETA APUNTA SIEMPRE PARA EL CENTRO



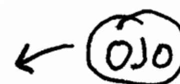
No me vengas ahora con que por más que yo te lo diga, igual no lo entendés. Esto le llevó siglos a la humanidad, y si vos lo querés entender bien, también te va a llevar siglos. Bueno, siglos no, pero te va a llevar bastante.
¿Te imaginás un siglo estudiando física ?
No te rías. Creo que ya te lo conté una vez. Un día tuve una alumna que se llamaba Marcela. Por las cosas que preguntaba se notaba que ya había cursado la materia. Finalmente un día le pregunté si estaba recursando física. Marcela me miró y me dijo:

¡ Esta es la séptima vez que la curso ! (Sí, así como lo oís: 7 veces física).
Pero bueno, te aclaro que la chica tenía problemas...Todo el mundo la conocía. Los ayudantes, los jefes, los profesores... Y claro: Marcelita había cursado en todos lados, en todos los horarios. Al parecer el único que no la conocía era yo. La cosa es que la tipa creía que había una confabulación de todos los docentes de física para no dejarla aprobar la materia. (En serio te lo digo). Ella estaba convencida de que no querían dejarla entrar a la facultad. No había manera de sacarle esta idea de la cabeza. (O sea, Marcela estaba Re-chapita = le chiflaba el moño)

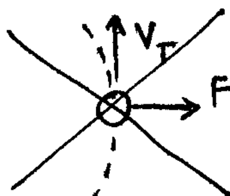
En otro momento voy a comentarte cómo siguió la historia. Sólo te adelanto que un día ella me miró... yo la mire... y... y... y... bueno, nació el amor.
Siete veces física, Marcelita... ¿ No está mal, eh ?

Pero bueno, ahora sigamos con el asunto. Resumiendo, si vos no querés cursar física durante siglos tenés que saber que:

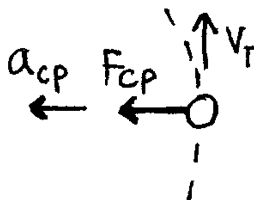
LA FUERZA RESULTANTE DE TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UNA COSA QUE SE MUEVE CON MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME SE LLAMA **FUERZA CENTRÍPETA** Y **APUNTA SIEMPRE** **<u>HACIA EL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA</u>**.



Es decir que:

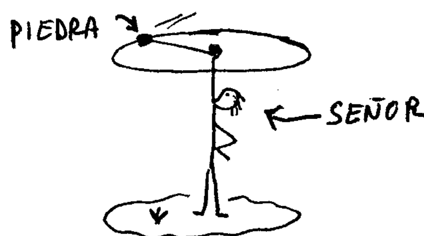


El diagrama de cuerpo libre de algo que se mueve con movimiento circular **nunca puede ser algo así**.



Tiene que ser siempre así. (Es decir, con la fuerza centrípeta **apuntando hacia el centro**).

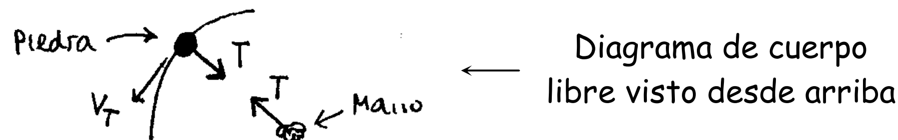
La explicación de esto es la siguiente: suponé que revoleás una piedra así:



Vos decís: al revolear la piedra, siento que ella quiere irse hacia afuera. Correcto.Eso es cierto. La fuerza que el hilo ejerce **sobre tu mano** apunta hacia afuera. Esa es la fuerza que uno siente. Uno siente que esa fuerza va para afuera y efectivamente va para afuera. El único problema es que la fuerza que uno siente sobre la mano de uno... **NO ES LA FUERZA QUE VA EN EL DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE** ! La fuerza que va en el diagrama de cuerpo libre es la que **tu mano ejerce sobre la piedra**. Y esa fuerza **SÍ** apunta para adentro.

Repito. La fuerza que uno siente sobre la mano de uno existe y va para afuera. Pero no es esta fuerza la que va en el diagrama de cuerpo libre.

La fuerza que va en el diagrama es la que la mano de uno ejerce sobre la piedra. (Y no al revés). Esta es la fuerza que se llama fuerza centrípeta y va para adentro. El diagrama de cuerpo libre sería así:



Resumiendo, lo que tenés que entender es lo siguiente: la fuerza que vos sentís sobre tu mano **sí** va para afuera. Pero esa es la fuerza que actúa sobre **tu** mano. No sobre el cuerpo que gira. La fuerza que actúa sobre el cuerpo que gira (= **la piedra**) va para adentro.

¿Tendiste ?

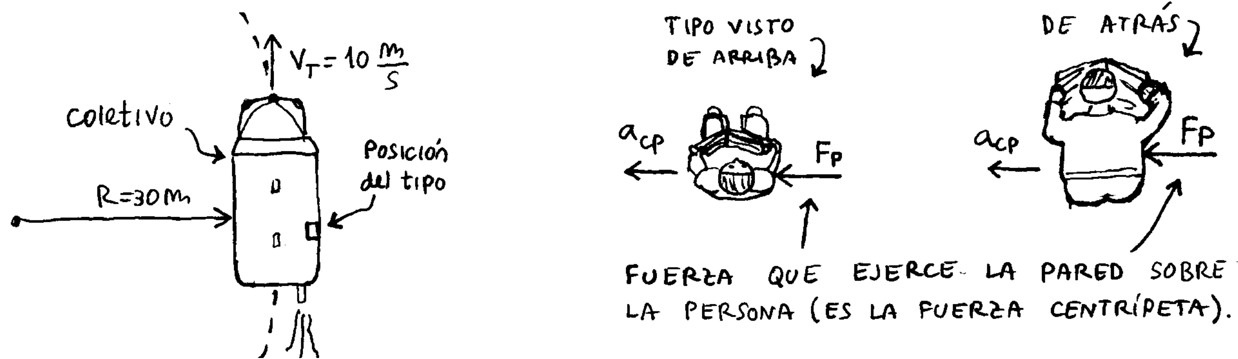
A ver si lo ves mejor en un caso concreto. Fijate el ejemplo del colectivo que dobla.

Ejemplo 1

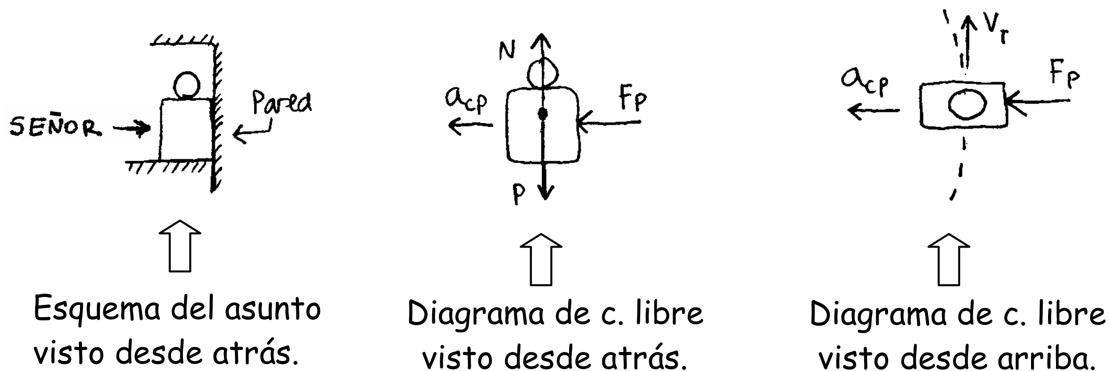
UN COLECTIVO QUE VA A 36 KM POR HORA (10 m/s) TOMA UNA CURVA DE RADIO 30 m. UN SEÑOR QUE VA SENTADO SE SIENTE TIRADO HACIA LA PARED. CALCULAR QUÉ FUERZA EJERCE LA PARED SOBRE EL TIPO. SUPONER QUE NO HAY ROZAMIENTO ENTRE LA PERSONA Y EL ASIENTO. DATO: MASA DEL HOMBRE: 60 Kg.

Lo que el enunciado quiere decir es lo siguiente: Cuando un colectivo dobla, toda la gente se va para el costado. Eso ya lo sabés. Lindos golpes te debés haber dado viajando como ganado en los colectivos. Imaginate un tipo que está sentado. El hombre también siente que se va contra la ventanilla y que se pega a la pared.

Hagamos unos dibujitos que muestren un poco mejor lo que pasa:



Voy a simplificar todos estos dibujitos complicados haciendo los diagramas de cuerpo libre:



Esquema del asunto visto desde atrás.

Diagrama de c. libre visto desde atrás.

Diagrama de c. libre visto desde arriba.

Hice los diagramas del tipo visto desde arriba y desde atrás para que el asunto se entienda mejor. Planteo la ley de Newton para el movimiento circular que dice que

$$\sum F_{\substack{\text{EN DIRECCIÓN} \\ \text{DEL RADIO}}} = m \times a_{CP}$$

En este caso hay una sola fuerza en dirección radial que es la que la pared ejerce sobre la persona. Es decir acá, ésta es la fuerza centrípeta. Por otro lado la aceleración centrípeta vale " ve cuadrado sobre erre ". Planteo:

$$F_{CP} = m \cdot \frac{v_T^{\,2}}{R}$$

$$F_{CP} = 60\,Kg \cdot \frac{(10\,m/s)^2}{30m}$$

$$\Rightarrow \quad F_{CP} = 200\,N \qquad \leftarrow \text{ Fuerza que ejerce la pared}$$

Pongámonos de acuerdo. Esta fuerza que calculé es la que **la pared** ejerce sobre **el tipo.** Es la fuerza que lo está obligando a seguir una trayectoria curva. Si esta fuer-

za no existiera, el tipo se movería en línea recta. Por otro lado, **el tipo** ejerce sobre **la pared** una fuerza igual y contraria.

Podés comprobar lo que plantea este problema yendo a dar una vuelta en colectivo. Pero todo lo que tenés que entender con este ejemplo es que un tipo que va en un colectivo, efectivamente se siente tirado hacia afuera, pero la fuerza que sobre **él** actúa, apunta hacia adentro.

Ejemplo 2

Un señor revolea una piedra en un plano vertical haciéndola dar 1 vuelta por segundo. Calcular:

a) - La tensión de la cuerda cuando la piedra está en la parte de arriba.
b) - La tensión en la cuerda cuando la piedra está en la parte de abajo.
c) - ¿ Cuál es la velocidad de rotación mínima para que la piedra pueda girar sin que la cuerda se afloje ? Datos: m_P = 100 gr , R_{hilo} = 1 m.

Dibujemos al hombre revoleando la piedra :

$f = \frac{1 \text{ vuelta}}{\text{seg}}$

$m = 0{,}1$ Kg

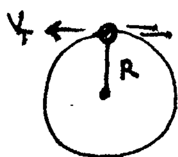
$R = 1$ m.



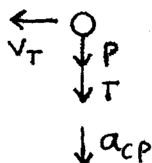
← EL TIPO HACE GIRAR LA PIEDRA

Para saber cuánto vale la tensión en la cuerda tengo que hacer el diagrama de cuerpo libre. Vamos primero a la parte de arriba.

a) Tensión en la parte superior.



↑ ESQUEMA



↑ DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

$$\sum F_{\text{EN DIR. RADIAL}} = m \cdot a_{cp}$$

$$P + T = m\, a_{cp}$$

↑ ECUACIÓN DE NEWTON

Fijate que sobre el cuerpo actúan 2 fuerzas: el peso y la tensión de la cuerda.

A ver, ¿ Cuál de las dos es la centrípeta ?
Pensemos un poco. Fijate . En realidad ninguna de las dos por sí sola es la fuerza centrípeta. **<u>LA SUMA DE LAS 2</u>** es la fuerza centrípeta. La fuerza centrípeta es siempre la resultante (= la suma) de las fuerzas que actúan en la dirección del radio.

Entonces, despejando T de la ecuación $P + T = m \cdot a_{CP}$:

$$T = m.a_{CP} - P$$

$$\Rightarrow \quad T = m \cdot \omega^{2} \cdot R - m.g$$

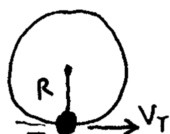
Me dicen que la piedra da 1 vuelta por segundo. Eso quiere decir que la frecuencia vale $f = 1 \times 1/seg$. Como $\omega = 2\pi f$, la velocidad angular será $\omega = 2\pi\,(1/seg)$. La masa de la piedra es 0,1 Kg, el radio de la trayectoria es 1m. Si tomo $g = 10 m/s^2$ me queda:

$$T = 0{,}1\ Kg \cdot \left(2\pi \cdot \frac{1}{s} \right)^2 \cdot 1\ m - 0{,}1\ Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}$$

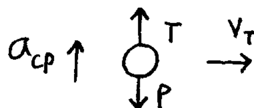
$$\Rightarrow T = 2{,}94\ N \qquad \leftarrow \text{Tensión cuando la piedra está arriba.}$$

b) Tensión en la parte inferior.

Cuando la piedra pasa por la parte de abajo el asunto queda así:



ESQUEMA



DIAGRAMA

$$T - P = m . a_{cp}$$

ECUACIÓN DE NEWTON.

Despejando T y haciendo las cuentas con los datos anteriores:

$$T = m \cdot a_{CP} + P$$

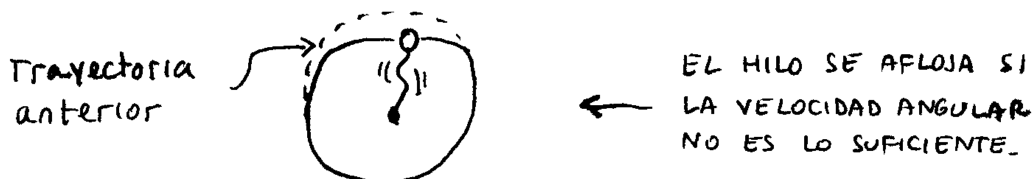
Esta cuenta es la misma que hice para el punto a) pero tengo que sumar el peso en vez de restarlo. Eso da:

$$T_{ABAJO} = 4{,}94\ N \qquad \leftarrow \text{Tensión en la parte de abajo}$$

c) - Velocidad angular mínima para que la cuerda no se afloje.

Bueno, esta es la pregunta del millón. Acá hay que pensar. Fijate. Si el tipo empieza a

revolear la piedra más despacio, va a haber un momento en que al llegar a la parte de arriba el hilo va a dejar de estar tenso. Es decir, pasaría esto:



La tensión en el punto **a)** me dio 2,94 N. Si ω empieza a disminuir, la tensión también va a disminuir. Va a llegar un momento en que la tensión va a ser **cero**. Eso es lo que estoy buscando. En ese momento la cuerda se va a empezar a aflojar. Entonces lo que tengo que hacer es agarrar la ecuación que puse para el caso a), poner $T = 0$ y despejar la velocidad angular. Vamos :

La ecuación para la piedra en la parte de arriba era:

$$P + T = m.a_{CP}$$

Pero como T vale cero: $\Rightarrow$ $P = m.a_{CP}$

Ahora, P es mg, y la aceleración centrípeta es $\omega^2 \cdot R$, entonces:

$$\cancel{m}\, g = \cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \qquad \Rightarrow \omega_{MÍN} = \sqrt{\frac{10\ m/s}{1m}}$$

$$\Rightarrow \omega_{MÍN} = 3{,}16\ \frac{rad}{seg} \qquad \leftarrow \text{Velocidad angular de la piedra.}$$

Esta es la velocidad angular mínima que tiene que tener la piedra para que la cuerda no se afloje cuando la cosa llegue a la parte de arriba. Pasando esto a vueltas por segundos:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{3{,}16}{2\pi} \cdot \frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow \quad f = 0{,}5\ \frac{vueltas}{seg} \quad \Leftarrow$$

FRECUENCIA MINIMA PARA QUE LA CUERDA NO SE AFLOJE CUANDO LA PIEDRA LLEGA ARRIBA.

Atención con este problema. Es importante y suelen tomar cosas de este estilo.

Ejemplo 3 :

UN AUTO DE 1000 kg TOMA UNA CURVA DE 200 m DE RADIO CON VELOCIDAD 20 m/s CALCULAR :

a) - EL VALOR DE LA FUERZA CENTRÍPETA.
b) - EL MÍMIMO VALOR DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO PARA QUE ESO SEA POSIBLE. INDICAR SI ES ESTÁTICO O DINÁMICO.

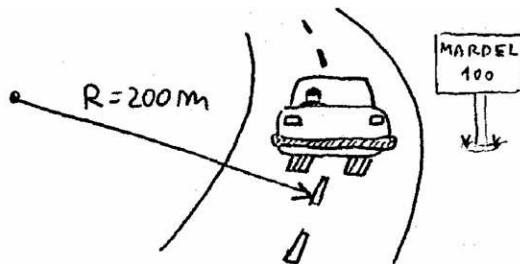
a) Calculo el valor de la fuerza centrípeta: $F_{CP} = m \cdot a_{CP}$ ➔

$$F_{CP} = \frac{m \cdot V_{tg}^{2}}{R}$$

➔ $F_{CP} = 1.000\ kg \times (20\ m/s)^2 / 200\ m$

➔ $\underline{F_{CP} = 2.000\ N}$

b) – El auto puede doblar porque hay rozamiento. Debido al rozamiento el auto tiene con qué agarrarse al piso. Si no hubiera rozamiento, el auto no doblaría aunque el tipo moviera el volante. (Imaginate un auto que va por una pista de hielo súper resbaloso). El auto seguiría derecho pero con las ruedas torcidas. (Eehhm.. Esto hay que pensarlo un poquito. Tenés que tratar de imaginártelo). Quiere decir que la situación que tengo es esta:



ESQUEMA

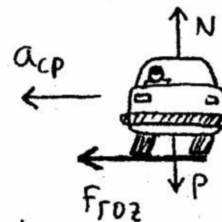
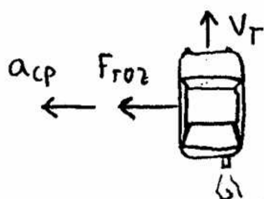


DIAGRAMA DE C. LIBRE VISTO DESDE ATRÁS.

También puedo hacer el diagrama de cuerpo libre visto desde arriba. Sería una cosa así:



$$F_{roz} = m \cdot a_{cp}$$

← DIAGRAMA DE C. LIBRE VISTO DE ARRIBA Y ECUACIÓN DE NEWTON

Ahora, fuerza de rozamiento hay... Pero... ¿ Es estática o dinámica ?

Rta: La fuerza de rozamiento que está actuando es ESTATICA.
¿ Por qué ?
Bueno, esto es un poco difícil de ver. Pese a que el tipo se está moviendo, las ruedas NO patinan sobre el piso. El auto no avanza derrapando. Quiere decir que NO HAY DESLIZAMIENTO RELATIVO ENTRE LAS RUEDAS Y EL PISO.

La fuerza de rozamiento en este caso es la fuerza centrípeta. Vale lo mismo que lo que calculé en el punto a), es decir, 2.000 Newton. Entonces puedo plantear que :

$$F_{roz_E} = 2000\ N \Rightarrow \mu_e \cdot N = 2000\ N$$

$$\Rightarrow \mu_e \cdot 10.000\ N = 2000\ N$$

$$\Rightarrow \underline{\mu_e = 0{,}2} \quad \leftarrow \text{COEFICIENTE DE ROZ. P/ QUE SE CUMPLA LO PEDIDO}$$

Atención: Este es el MÍNIMO valor de Mu para que el auto no patine. Con cualquier valor mayor a 0,2 el auto tampoco se iría de la pista.

MOVIMIENTO CIRCULAR - PROBLEMAS TOMADOS EN PARCIALES

1 – Una partícula de mas m está enhebrada en una barra rígida de longitud L de masa despreciable que tiene un tope. La barra gira por medio de un motor en un plano vertical con velocidad angular constante ω, sin rozamiento. Establecer la posición en la cual la fuerza ejercida por el tope sea mínima

Solución: Este problema se lo ha tomado millones de veces y se lo seguirá tomando. Fijate que el enunciado no tiene dibujo. Entonces hagamos el dibujo del cuerpo de masa m que gira contra el tope. Hay que hacer los diagramas de cuerpo libre y ver que pasa. Los hago sólo arriba y abajo porque son los 2 puntos importantes :



Los diagramas quedan así :

ARRIBA

$F_{TOPE} + P = m\ a_{CP}$

$\Rightarrow F_{TOPE} = m\ a_{CP} \ominus P$ ← VER

ABAJO

$F_{TOPE} - P = m .\ a_{CP}$

$\Rightarrow F_{TOPE} = m . a_{CP} \oplus P$ ← VER

Mirá el signo menos que aparece al calcular la fuerza del tope arriba. Esto me está diciendo que la fuerza que hace el tope sobre el cuerpo será mínima en la altura máxima (O sea, arriba).

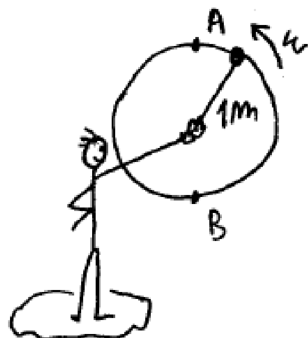
Incluso la fuerza que hace el tope en la altura máxima podría llegar a ser **cero**. Esto pasaría si $m.a_{CP}$ fuera igual a mg. Arriba de todo es como que el cuerpo quiere caer por sí solo y el tope no tiene que hacer tanta fuerza para empujarlo para abajo. Abajo la situación es al revés. Aparece un signo mas. El tope tiene que hacer mucha fuerza para arriba sobre el cuerpo para evitar que el objeto siga en línea recta. Agarrá un botella de Coca-cola, revoleala y vas a entender mejor como es el asunto.

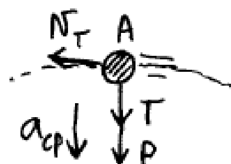
---

2 – Una bolita atada a un hilo de 1 m gira en un plano vertical. Si P y T son los módulos del peso de la bolita y de la tensión del hilo, se puede asegurar que :

- ☐ en el punto más bajo T <P
- ☐ en el punto más alto T =P
- ☐ en el punto más alto T >P
- ☐ en el punto más alto T <P
- ☐ en el punto más bajo T =P
- ☐ en el punto más bajo T >P

Solución: El problema no tiene dibujo. Entonces lo hago. Tengo una bolita girando en el plano vertical. Hago los diagramas de cuerpo libre para el punto más alto y para el punto más bajo. Escribo las ecuaciones de Newton :





EN EL PUNTO MAS ALTO

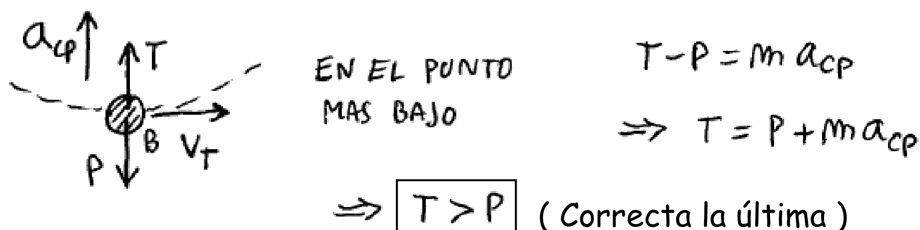
$T + P = m .\ a_{CP}$

$T = m\ a_{CP} - P$

T puede ser mayor, menor o igual a P

Fijate que según la ecuación de Newton, en el punto más alto la tensión podría llegar a ser menor, mayor o igual al peso del cuerpo. Incluso podría llegar a ser cero.

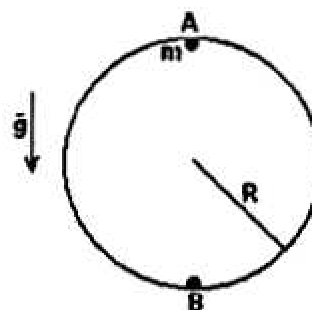
Ahora hago el diagrama de cuerpo libre para el punto más bajo :



(Correcta la última)

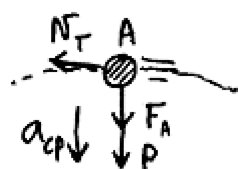
---

3 – Una partícula de masa m gira dentro de una pista circular y vertical de radio R con velocidad constante v. cuando pasa por la posición A de la figura el módulo de la fuerza que la pista realiza sobre m es F_A.
Al pasar por B la fuerza es F_B.
Entonces el módulo de la diferencia $F_B - F_A$ vale:

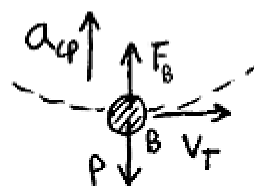


- ☐ $2mv^2/R$
- ☐ 0
- ☐ 2mg
- ☐ $mg + mv^2/R$
- ☐ mg
- ☐ mv^2/R

Es un movimiento circular vertical. Las fuerzas que actúan arriba y abajo son:



EN EL PUNTO MAS ALTO



EN EL PUNTO MAS BAJO

← DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE

Arriba ➔ $F_A + P = m\ a_{CP}$ $F_B - P = m\ a_{CP}$ ←Abajo

Fijate que la aceleración centrípeta es la misma arriba que abajo. Esto pasa porque la velocidad angular es constante. Como la aceleración centrípeta es $m.v^2/R$:

$$F_B = m\ V^2/R + P \quad \text{y} \quad F_A = m\ V^2/R - P$$

Me piden calcular la diferencia $F_B - F_A$. Entonces tengo que hacer la resta entre las

dos fuerzas que calculé. Me queda:

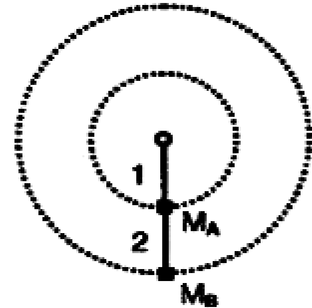
$$\Rightarrow F_B - F_A = P + P$$

$$\Rightarrow F_B - F_A = 2\ m\ g$$

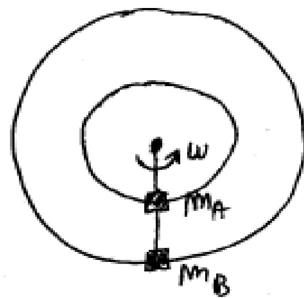
Respuesta correcta $F_B - F_A = 2\,mg$

---

4 – El sistema de dos cuerpos gira en el plano vertical sin rozamiento .(M_A = 10 kg y M_B = 5 kg). Los cuerpos se mantienen siempre alineados con el centro de giro, unidos por las varillas 1 y 2 de longitud $L_1 = L_2$ = 20 cm. Si el sistema realiza un movimiento circular uniforme a razón de 2 vueltas por segundo :
a) – Cuál es la aceleración de cada cuerpo ?
b) - ¿ cuál es la máxima fuerza que soporta la varilla 1 ?



<u>Solución</u>: Este problema es bastante tramposillo. Por empezar, fijate que los cuerpos están girando **<u>EN UN PLANO VERTICAL</u>**. (No es horizontal). Hagamos un dibujito :



$m_A = 10$ Kg , $m_B = 5$ Kg

$\ell_1 = \ell_2 = 0{,}2$ m

ω = 2 vueltas por segundo

a) – Para calcular la aceleración centrípeta tengo que hacer $a_{CP} = \omega^2 \cdot R$. Entonces primero calculo cuánto vale omega. Una vuelta son 2 Pi radianes. Entonces :

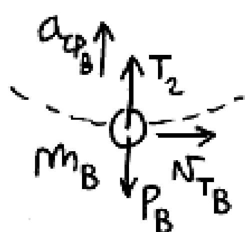
$$\omega = 2\ RPS = 2 \times 2\pi \frac{1}{seg} \quad \Rightarrow a_{cp_A} = \left(4\pi \frac{1}{s}\right)^2 \times 0{,}2\ m$$

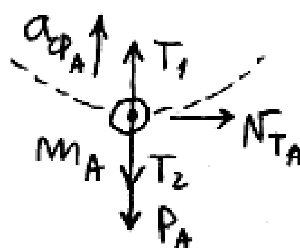
$$\Rightarrow \boxed{a_{cp_A} = 31{,}58\ m/s^2}$$

$$a_{cp_B} = \left(4\pi \frac{1}{s}\right)^2 \times 0{,}4\ m \quad \Rightarrow \boxed{a_{cp_B} = 63{,}16\ m/s^2}$$

b) – Ahora viene la parte realy complicated. Piden la **<u>MAXIMA</u>** fuerza que soporta la varilla 1. Pregunta: ¿ Por qué piden la máxima ?

Rta: Porque el movimiento ocurre en un plano vertical. Las fuerzas en las varillas van variando punto a punto. Las fuerzas máximas pueden ocurrir arriba de todo o abajo de todo. Esos son los puntos críticos, digamos así. Si lo pensás un poco, te vas a dar cuenta de que las fuerzas máximas se dan cuando los cuerpos pasan por la parte de abajo. Entonces hagamos los diagramas de cuerpo libre abajo.





⇐ DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE EN LA PARTE DE ABAJO

Ojo con estos 2 diagramas de cuerpo libre ! Son para expertos. Hay que saber muy bien dinámica para no equivocarse. En base a estos 2 diagramas, las ecuaciones de Newton quedan :

$$\text{Para } m_A: \; T_1 - T_2 - P_A = m_A \, a_{cp_A}$$

$$\text{Para } m_B: \; T_2 - P_B = m_B \, a_{cp_B}$$

Tengo que resolver el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas que quedó. Me conviene sumar las ecuaciones :

$$\text{Sumando: } T_1 - P_A - P_B = m_A \, a_{cp_A} + m_B \, a_{cp_B}$$

$$\Rightarrow T_1 = P_A + P_B + m_A \, a_{cp_A} + m_B \, a_{cp_B}$$

Hay que hacer las cuentas. Las aceleraciones centrípetas las tengo del punto a). Me queda :

$$T_1 = 100\,N + 50\,N + 10\,kg \left(31{,}58 \frac{m}{s^2}\right) + 5\,kg \left(63{,}16 \frac{m}{s^2}\right)$$

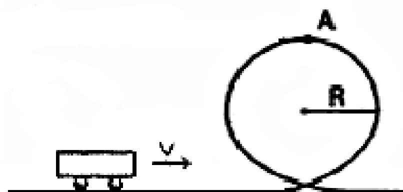
$$\boxed{T_1 = 781{,}6\,N}$$

⇐ MÁXIMA TENSIÓN EN LA VARILLA 1

NOTA: Poca gente hizo bien este ítem b). Todo el mundo se equivocó en los diagramas de cuerpo libre o se olvidó de poner una fuerza o simplemente no entendió lo que le pedían y lo hizo mal. Gran parte de la gente pasó por alto el hecho de que los cuerpos estaban girando en un plano VERTICAL. (Hicieron todo como si fuera un plano horizontal, o sea, como si los cuerpos estuvieran girando sobre una mesa).

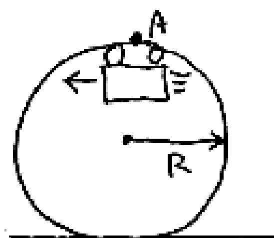
En realidad este problema es más bien de física I antes que de física de CBC.

5 – Un carrito de masa m = entra en una pista vertical de radio r = 1 m como indica la figura. Calcular la mínima velocidad que tiene que tener el carrito en el punto A para que no se despegue de la pista.

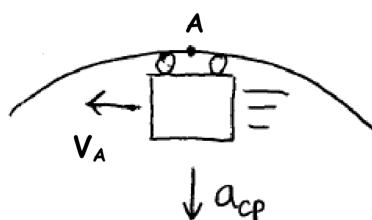


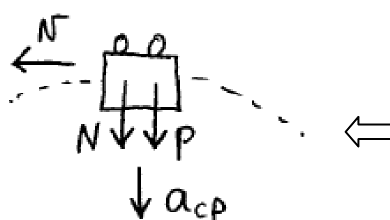
Este es un problema que se puede tomar de varias maneras diferentes. La forma de resolverlo es siempre la misma, pero el enunciado del problema puede cambiar. Pueden decirte que se revolea un balde con agua y que se quiere calcular la mínima velocidad en la parte superior para que el agua no se caiga. Pueden darte un avión que está haciendo un loop y pedirte la mínima velocidad que tiene que tener para que el piloto no ejerza fuerza sobre el asiento. Pueden decirte que se revolea una piedra en un plano vertical y quieren la mínima velocidad para que poder hacerlo sin que el hilo se arrugue... Parecen todos problemas diferentes, pero en realidad son el mismo. Por eso es importante que sepas resolverlo. Vamos.

En este ejercicio que dan acá hay un carrito que viene moviéndose con cierta velocidad inicial v. El carrito entra a una pista vertical pasando por el punto A que está en la parte de arriba. Piden calcular la mínima velocidad con la que el carrito puede pasar por A para que no se caiga. Sería algo así :



Dicen que el carrito pasa por el punto A con la menor velocidad posible. Uno podría pensar que la velocidad en A tiene que ser cero. Pero eso no puede ser. Si V_A fuese cero, el carrito no lograría dar la vuelta y se caería. Hagamos el diagrama de cuerpo libre en A :





⇦ Diagrama de cuerpo libre en el punto A

Voy a plantear la ecuación de Newton en el punto A. La fuerza que marqué como N es la normal. (Normal o Fuerza de contacto). La ecuación sería :

$$P + N = m \cdot a_{CP}$$

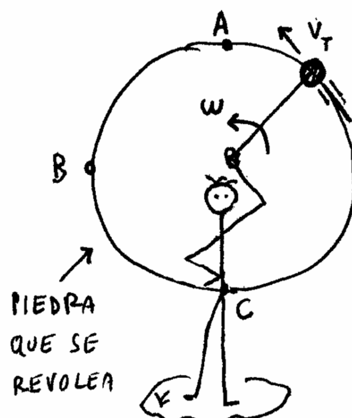
Ahora hay que pensar lo siguiente: (Ojo). Si el carrito viene a mil por hora, la normal va a ser muy grande. Si la velocidad con la que el carrito pasa por el punto A empieza a disminuir, la fuerza de contacto **N** va a disminuir. Cuánto menor sea la velocidad en A, menor será N. (Pensarlo).
Si quiero ver cuál tiene que ser la **velocidad mínima** con la que puede el carrito puede pasar por A, tengo que darme cuenta de que la fuerza normal tiene que valer **CERO** .
Esto es así porque estoy en la condición de que el carrito está a punto de despegarse de la pista. En ese momento, el carrito no hace fuerza sobre la pista. Es como si no la tocara. (Esto también hay que pensarlo un poco).
Entonces en la ecuación de Newton pongo N = 0 y me queda :

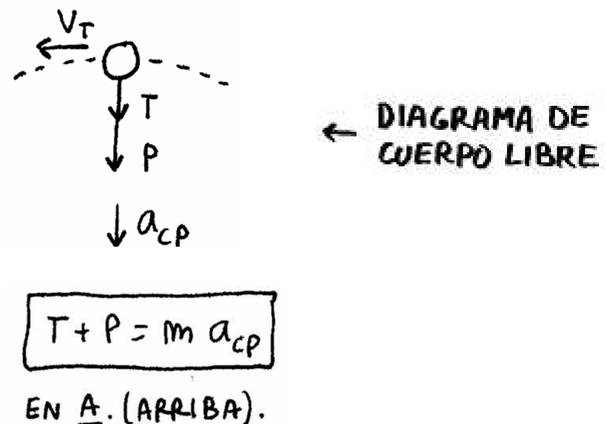
$$P + \overset{0}{\cancel{N}} = m \cdot a_{cp} \Rightarrow \cancel{m}\, g = \cancel{m}\, V_A^2 / R$$

$$\Rightarrow V_{MIN_A} = \sqrt{g \cdot R}$$

$$\Rightarrow V_{MIN} = \sqrt{10 \frac{m}{s^2} \cdot 1 m} = \boxed{3{,}16 \frac{m}{s}} \leftarrow \text{VELOCIDAD MINIMA EN EL PUNTO A}$$

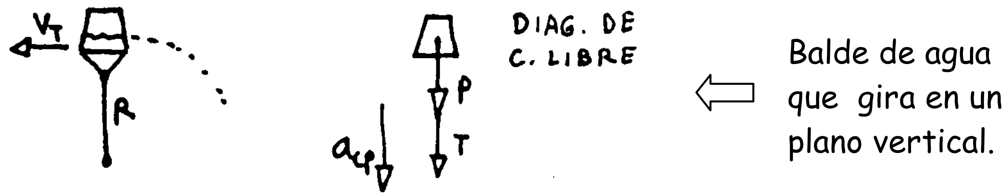
En principio acá termina el problema. Pero analicemos las diferentes posibilidades que podrían aparecer. Si te dijeran que un señor revolea una piedra, la situación sería esta:





Si la velocidad en la parte de arriba es la mínima, en la ecuación de Newton hay que hacer T = 0. Quedaría $P + T = m \cdot a_{CP}$ ➔ $P = m \cdot a_{CP}$ ➔ $m \cdot g = m \cdot a_{CP}$ ➔ ($a_{CP} = g$).

Si te dijeran que hay un balde con agua que se revolea, la situación sería esta:



La ecuación a plantear en la parte de arriba volvería a ser P + T = m . a_{CP} . Otra vez, si la velocidad que te piden es la mínima para que el agua no se caiga, habría que poner que T = 0. Y otra vez el resultado sería ➔ a_{CP} = g.

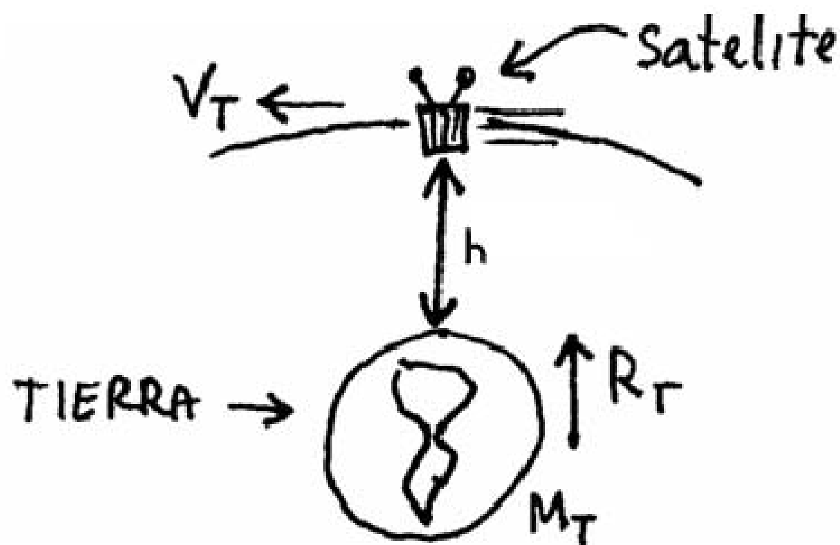
Repito: Muy importante este problema. No lo pierdas de vista.

MOVIMIENTO CIRCULAR - EPÍLOGO

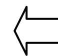
Dinámica del movimiento circular es un tema clave. Siempre se lo toma en los parciales. Siempre se lo toma en los en los finales. Por un lado, movimiento circular es difícil y les gusta tomarlo. Por otro lado, es un tema muy interesante para tomar porque se lo puede combinar con muchas cosas. Hay problemas de movimiento circular combinado con rozamiento, con resortes, con gravitación... Incluso hay problemas de movimiento circular combinados con energía.

Las máquinas y los motores tienen movimiento circular. Si seguís ingeniería civil o industrial, el movimiento circular no será muy importante en tu vida. Pero si seguís ingeniería mecánica, o naval o eléctrica.... bueno, el movimiento circular será la base de millones de problemas que tendrás que resolver. Y para resolver esos problemas se usa dinámica del movimiento circular.

GRAVITACIÓN



$$F_{atr} = G \frac{m_S \cdot M_T}{d_{T-S}^2}$$



FUERZA DE ATRACCIÓN ENTRE LA TIERRA Y EL SATELITE

$$\boxed{\frac{T_1^2}{d_1^3} = \frac{T_2^2}{d_2^3}}$$



LEY DE KEPLER

GRAVITACIÓN

Cuando estábamos viendo caída libre te dije que todos los cuerpos caían con la aceleración de la gravedad. Sin embargo en ningún momento expliqué **de donde venía** esa aceleración. Cuando estábamos viendo dinámica, te dije que en realidad la aceleración de la gravedad era provocada por la fuerza PESO. Sin embargo, en ningún momento expliqué **de dónde** venía la fuerza peso.
Como ahora estamos en gravitación, puedo aclararte un poco el asunto: la fuerza peso aparece porque la Tierra atrae a los objetos. Digamos que toda la Tierra se comporta como una especie de imán.

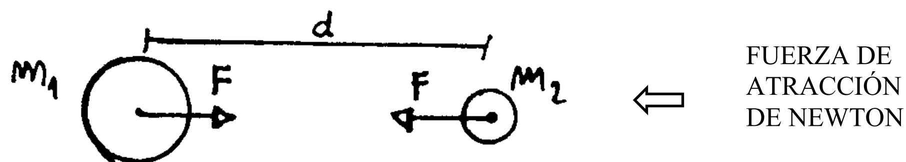
Ahora, pregunta: ¿ por qué la tierra atrae a las cosas ?
Rta: bueno, acá llegamos a un problema sin respuesta. La pregunta de por qué la Tierra atrae a los objetos no se puede contestar. O si querés, la respuesta es: porque así es el universo. Se pueden hacer experimentos y **verificar** que efectivamente, la Tierra atrae a los cuerpos. Pero no hay explicación de por qué los atrae. Eso sigue siendo un misterio.

TODO OBJETO ATRAE A TODO OTRO OBJETO

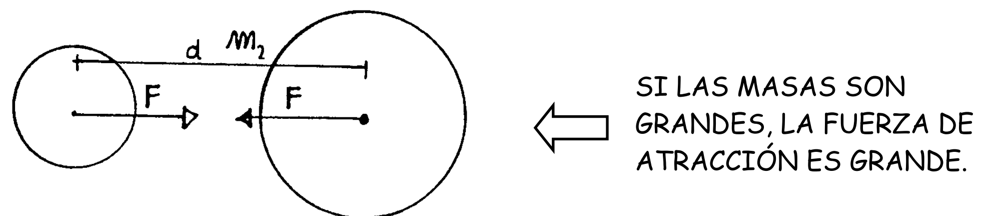
En 1665 empezó una epidemia en Inglaterra. Newton que andaba por ahí, se encerró en su casa a estudiar este asunto de la gravitación. Supongo que conocerás toda la historia de la manzana y todo eso. La pregunta principal era si la Tierra atraía solo a su manzana o si atraía a cualquier objeto. Y otra pregunta era si la manzana también atraía a La Tierra.

El amigo Isaac pensó y pensó y llegó a la siguiente conclusión: La Tierra atraía a la manzana. Correcto. Pero la manzana también atraía a la Tierra. Esto tenía que ser así por acción y reacción. Es más, en realidad Newton descubrió que **todo cuerpo del universo atraía a todo otro cuerpo del universo.**
Después haciendo experimentos y cálculos llegó a la conclusión de que toda cosa que tuviera masa atraía a toda otra cosa que tuviera masa. Esa atracción entre los cuerpos era producida por una fuerza que dependía de la distancia que separaba a los cuerpos y de las masas de los cuerpos.

Resumiendo: Entre 2 objetos cualesquiera existe una fuerza de atracción. Es decir que entre vos y tu celular hay una fuerza de atracción. Entre vos y la pirámide de Keops también. De la misma manera, vos en este momento estás atrayendo al planeta Tierra, a la Luna, al sol y a las estrellas. Incluso me estás atrayendo a mí, dondequiera que yo esté.
A su vez, cada uno de estos cuerpos ejerce sobre vos una fuerza exactamente igual (y opuesta) a la que ejercés vos sobre él.
Pongámoslo en un dibujito :



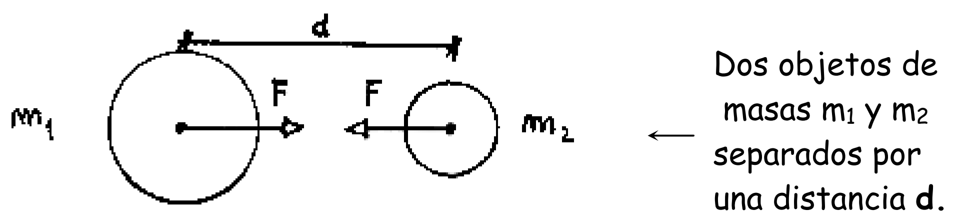
Cuanto mayor son las masas, mayor es la fuerza de atracción entre ellas. Cuanto mayor es la distancia, menor es la fuerza de atracción.



Newton resumió todos estos experimentos en una tremenda ley llamada **Ley de Gravitación Universal**. (Ídolo Isaac !). Entonces, título:

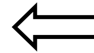
LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL ← IMPORTANTE

Supongamos que tengo 2 objetos de masas m_1 y m_2 separados por cierta distancia **d** .



Entre estos cuerpos aparecerá una fuerza de atracción que vale:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$



LEY DE NEWTON DE GRAVITACION UNIVERSAL.

En esta fórmula, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos. Van en kg. A la distancia que los separa la llamo d. Va en metros. Esta distancia d se mide desde el centro de un cuerpo al centro del otro cuerpo y va en la formula al ^{2}.

Ahora vamos al asunto de la G. La letra **G** se llama constante de gravitación universal de Newton. El valor de G se determinó haciendo mediciones y experimentos. El valor que usamos para resolver los problemas es

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \; \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$$



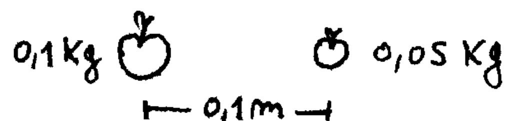
VALOR DE G, CONSTANTE DE GRAVITACION UNIVERSAL

Fijate que G tiene unidades medias raras. (Fuerza multiplicadas por unidades de distancia al cuadrado divididas por unidades de masa al ^{2}). Esto es así por que al multiplicar G por $m_1.m_2 \,/\, d^2$ la fuerza me tiene que dar en Newtons.

Un ejemplo :

CALCULAR CON QUÉ FUERZA SE ATRAEN DOS MANZANAS DE 50 gr Y 100 gr SEPARADAS UNA DISTANCIA DE 10 cm.
¿ QUÉ DISTANCIA RECORRERÍA LA MANZANA GRANDE EN UNA HORA SI SU ACELERACIÓN FUERA CONSTANTE Y NO HUBIERA ROZAMIENTO ?

Aplico la Ley de Newton para saber cuál es la fuerza de atracción entre las manzanas. Me dan las masas y me dan la distancia. Hagamos primero un dibujito :

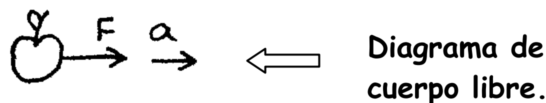


$$F_{AT} = G \cdot \frac{m \cdot m_P}{R_P{}^2}$$

$$\Rightarrow F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{0{,}1Kg \cdot 0{,}05Kg}{(0{,}1m)^2}$$

$F = 3,3 \times 10^{-11}$ N ⇐ **FUERZA DE ATRACCION**

¡ Fijate que esta fuerza es muy chica ! Vale 0,000000000033 Kgf. En la práctica sería imposible medir una fuerza así. Probablemente sea mayor la fuerza del viento que hacen las alas de un mosquito que está volando a 100 metros de distancia.
Para calcular la distancia recorrida por la manzana grande en una hora, calculo su aceleración:



$$F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad F = 3,3 \cdot 10^{-11} N = 0,1\ Kg \cdot a$$

$$3,3 \cdot 10^{-11} N = 0,1\ Kg \cdot a$$

$$\Rightarrow a = 3,3 \cdot 10^{-10} \frac{m}{s^2}$$

Si esta aceleración fuera constante y no hubiera rozamiento, en una hora (3.600 seg) la manzana recorrería una distancia que valdría:

$$x = \tfrac{1}{2} a\, t^2 = \tfrac{1}{2} 3,3 \times 10^{-10}\ m/s^2 \left(3600\, s\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad x = 0,002\ m$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = 2\ mm}$$ ⇐ Distancia recorrida por la manzana en una hora.

La idea de este problema era que te dieras cuenta lo chiquititas que son las fuerzas de atracción que aparecen para objetos de tamaño normal. Lo notaste, no ?

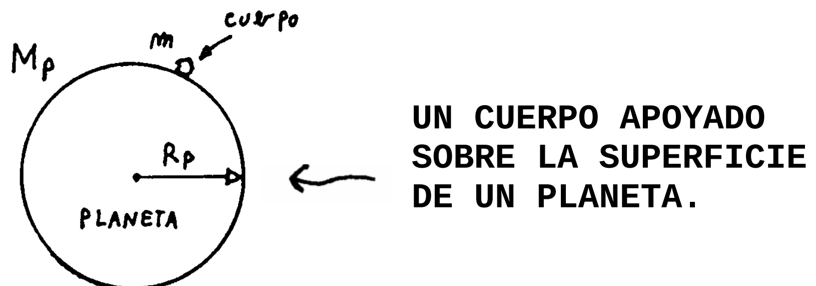
LA ECUACION $g_{SUP} . R_T^2 = G . M_T$ ← LEER

Voy a deducir ahora una fórmula que no es muy conocida. No es muy conocida pero es una ecuación que se usa bastante en los problemas. Ha salvado numerosas vidas en parciales y finales. Tenela anotada por ahí. La fórmula es $g_{sup} . R_T^2 = G . M_T$. La voy a deducir con un ejemplo:

Problema :

CALCULAR LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE UN PLANETA CONOCIENDO LA MASA DEL PLANETA M_P Y SU RADIO R_P.

Imaginate un cuerpo de masa m colocado sobre la superficie de un planeta cualquiera.



El peso del objeto vale: $P = m \cdot g_{SUP}$. Cuando digo g_{SUP} me refiero al valor de la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. Ahora, la fuerza peso es la fuerza con la que el planeta atrae al cuerpo. Según la ley de Newton de atracción de las masas, esa fuerza vale:

$$F_{AT} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

La fuerza de atracción es también el peso que vale m.g. Entonces igualo la fuerza de atracción con m.g.

$$P = m \cdot g_{SUP} \qquad y \qquad F_{Atracción} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

Me queda:

$$m \cdot g_{SUP} = G \cdot \frac{m \cdot M_P}{{R_P}^2}$$

Simplifico la masa del cuerpo:

$$g_{SUP} = G \cdot \frac{M_P}{{R_P}^2}$$

⇦ Valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta

Me quedó la fórmula para calcular la aceleración en la superficie. Escribámosla de otra manera y aclaremos un poco qué es cada cosa. Fijate:

$$\boxed{g_{SUP} \cdot {R_P}^2 = G \cdot M_P}$$

- g_{SUP}: Gravedad en la superficie del planeta
- ${R_P}^2$: Radio del Planeta al^2
- G: Cte. de Grav. Universal
- M_P: Masa del planeta.

Esta ecuación se puede usar para cualquier planeta. Por ejemplo, La Tierra. Ojo, esta fórmula **no es una ley nueva**. Es solamente otra manera de expresar la ley de Newton. Fijate que en esta ecuación figura el valor de la gravedad en la superficie de un planeta. La gravedad en la superficie es un dato que muchas veces se conoce. Por ejemplo, en la superficie de La Tierra la gravedad es 10 m/s^2.

EJEMPLO:

CALCULAR EL VALOR DE LA GRAVEDAD EN LA SUPERFICIE DE LA LUNA.
Datos: Masa de la Luna = $7,3 \times 10^{22}$ Kg. Radio de la Luna = 1.720 Km.

Despejo g_{SUP} de la fórmula $g_{sup} . R_L^2 = G . M_L$ y me queda:

$$g_{SUP\,LUNA} = G \cdot \frac{M_L}{R_L^{\;2}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad g_{SUP\,LUNA} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7,3 \cdot 10^{22}\,Kg}{(1720000)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{g_{SUP\,LUNA} = 1,65 \frac{m}{s^2}} \quad \Leftarrow$$ **GRAVEDAD EN LA SUP. DE LA LUNA**

Este valor de aceleración es unas 6 veces menor que la gravedad en La Tierra. Por lo tanto, un tipo en la luna pesa 6 veces menos que en La Tierra. Si tu masa es de 60 Kg, pesás 60 Kgf acá en la Tierra y 10 kilogramos fuerza allá en la Luna.

Este valor de g en la Luna es muy importante. Necesitás conocer esta g para poder hacer aterrizar una nave en la Luna. ¿Y cómo hizo la NASA para calcular g en la Luna?
Rta: Hizo la misma cuenta que hice yo recién.
Por cierto... ¿ Ves la genialidad de la física ? Vos nunca fuiste a la Luna. Sin embargo podés calcular la gravedad en su superficie.
Increíble.

ALGUNAS ACLARACIONES SOBRE LA LEY DE GRAVITACIÓN

* Si los objetos que tenés son chicos, las fuerzas de atracción son chicas. Por ejemplo la fuerza de atracción entre una laptop y vos es de aproximadamente 0,0000000001 Kgf. La fuerza con la que se atraen dos personas separadas una distancia de 1 metro es aproximadamente 0,000000024 Kgf. Por eso es difícil poder ver las fuerzas de atracción entre objetos.

* La ley de gravitación es universal, se cumple en todo instante en cualquier lugar del universo. Los planetas giran alrededor del sol siguiendo esta ley. Se comprobó también que el asunto se cumple para estrellas que están a miles de años luz de distancia.

* La fuerza peso es la fuerza con que se atraen la Tierra y un objeto. Si vos te alejás de la Tierra, esa fuerza empieza a disminuir. Por eso es que la gravedad disminuye con la altura. Si en la superficie de la Tierra la gravedad vale 9,8 m/s^2, arriba del Aconcagua va a valer algo así como 9,78 m/s^2.

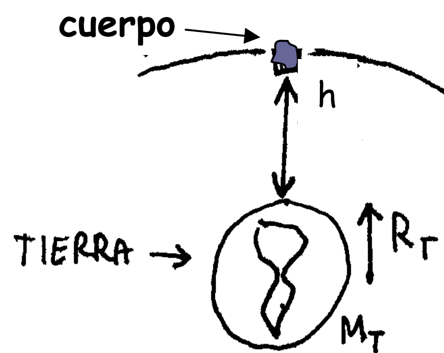
* Las fuerzas que cada cuerpo ejerce sobre el otro son acción-reacción. O sea, **son iguales y de sentido contrario**. Es decir, la Tierra atrae a la Luna haciendo una fuerza sobre la Luna. A su vez, La Luna hace sobre La Tierra una fuerza que vale lo mismo pero apunta para el otro lado. Las 2 fuerzas son iguales en módulo.

* Cuando digo "distancia de separación entre dos cuerpos", me refiero a la distancia que va del centro del cuerpo 1 al centro de gravedad del cuerpo 2. Por ejemplo, cuando hablo de la distancia entre la Tierra y la Luna, me refiero a la distancia que va del centro de la Tierra al centro de la Luna.

* Newton nunca pudo ver del todo su fórmula hecha realidad. O sea, la fórmula que él descubrió estaba bien. El asunto es que Newton no sabía cuánto valía la constante G. La constante G la midió Cavendish muchos años después. Esa fue la genialidad de Cavendish: Medir G. Una vez que uno conoce la constante G puede calcular lo que quiera.

OTRA FORMULA IMPORTANTE

Hay otra fórmula que a veces se usa que es la que permite calcular el valor de la aceleración de la gravedad a cierta altura sobre la superficie de La Tierra. Supongamos que tengo un cuerpo que está a una distancia h sobre la superficie.



⇦ **Cuerpo a cierta altura sobre la superficie de La Tierra**

El valor de la gravedad en la superficie de La Tierra es $g_{SUP} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^{\ 2}}$

Si el cuerpo está a una altura h de la superficie, puedo reemplazar R_T por (R_T + h) y g_{sup} por g a la altura h. Entonces me queda:

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

⇦ Valor de la aceleración de la gravedad a cierta altura **h** sobre la superficie de La Tierra

---

EJEMPLO

CALCULAR EL VALOR DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD ARRIBA DEL ACONCAGUA (7.000 m DE ALTURA).
¿ CUÁNTO PESA AHÍ ARRIBA UNA PERSONA DE 70 KILOS ?
DATO: Radio de la tierra = 6.400 km

Rta: La aceleración de la gravedad a 7 km de altura vale:

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

Usemos la fórmula salvadora $G \cdot M_T = g_{sup} \cdot R_T^{\ 2}$

$$\Rightarrow \quad g_h = g_{sup} \frac{R_T^{\ 2}}{(R_T + h)^2}$$

⇦ Valor de la aceleración de la gravedad a cierta altura **h** sobre la superficie de La Tierra

Fijate que esta fórmula no es la misma que la que puse al principio. La que puse primero estaba en función de la masa de La Tierra, esta fórmula está en función del radio. Haciendo la cuenta:

$$g_h = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ \frac{(6400\ Km)^2}{(6407\ Km)^2}$$

$$\Rightarrow \underline{g_{(7Km)} = 9{,}78\ \frac{m}{s^2}}$$

El peso de la persona de 70 kg es m por la gravedad a esa altura. Entonces :

$$P = 70\ kg \times 9{,}78\ m/s^2$$

$$P_{(H\,=\,7\ Km)} = 69{,}85\ Kgf$$

O sea que a 7 km de altura uno pesa alrededor de 150 gramos menos. Interesante.

Ahora tratá de calcular esto:

1 - ¿ A que altura sobre la superficie de La Tierra la aceleración de la gravedad vale la mitad de lo que vale en la superficie ? (O sea, 5 m/s^2)

2 - ¿ A que altura sobre la superficie de La Tierra la gravedad vale 0 ? (CERO)

Una pregunta para expertos: Las naves que están en órbita alrededor de La Tierra suelen estar a unos 200 km de la superficie. Ahí la gravedad es menor que en la superficie pero no es cero. ¿ Entonces por qué las cosas flotan en las naves que están en órbita ? (Ojo con lo que vas a decir).

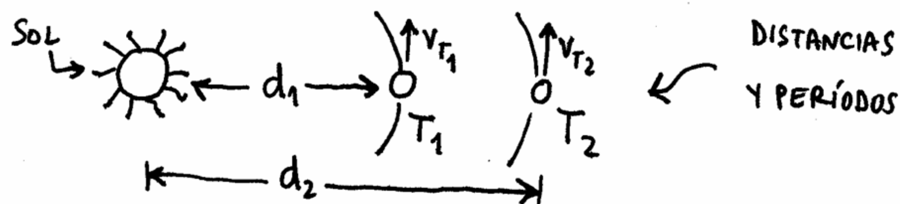
LEY DE KEPLER ← VER

La ley de Kepler relaciona la distancia de un planeta al sol con su período de rotación. También se puede usar para un satélite que está orbitando la Tierra. Se la suele llamar " Ley cuadrado – cúbica ".
Lo que dice la ley de Kepler es que para un planeta cualquiera orbitando alrededor del sol se cumple la relación $T^2 / d^3 = Cte$.

$$\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = cte \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

Esta ecuación en realidad vale para cualquier cosa que esté orbitando alrededor de cualquier otra cosa. Por ejemplo, la Ley de Kepler se puede usar también para un satélite que está orbitando alrededor de la Tierra.

Quiero que veas otras maneras de poner la Ley de Kepler. Suponé dos planetas distintos que orbitan alrededor del sol a distancias d_1 y d_2 y con períodos T_1 y T_2



La constante de esta ecuación es el valor $4.\pi^2 / G.\ M_T$. Es decir que el asunto queda así :

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

También podés reemplazar $G\ .\ M_T$ por $g_{sup}\ .R_T^2$. En ese caso la ley de Kepler te queda :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g_{sup}.R_T^2} \times d_{T-S}^3$$

O directamente si relacionás los períodos y las distancias para los 2 planetas queda :

$$\frac{T_1^2}{d_1^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 1} \quad y \quad \frac{T_2^2}{d_2^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 2}$$

Entonces

$$\boxed{\frac{T_1^2}{d_1^3} = \frac{T_2^2}{d_2^3}} \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

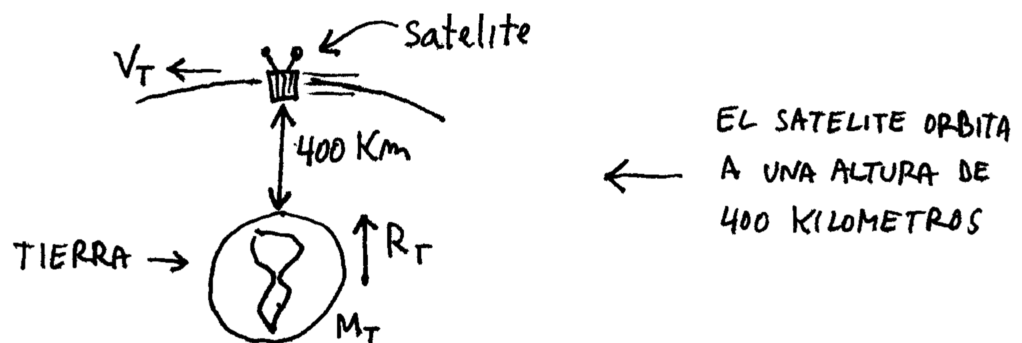
La deducción de la Ley de Kepler es un poco larga. ¿ querés ver de dónde sale ? Mirá el siguiente ejercicio :

PROBLEMA

LOS SATÉLITES DE COMUNICACIONES TIENE ÓRBITAS APROXIMA-DAMENTE CIRCULARES A 400 km DE LA SUPERFICIE TERRESTRE. ¿CUAL ES SU PERÍODO?

DATOS:
RADIO DE LA TIERRA ≈ 6.360 km. GRAVEDAD DE LA SUPERFICIE: $|g_0| = 9{,}8\ m/s^2$

Lo que pregunta el problema es cuánto tarda en dar una vuelta a la Tierra un objeto que está en órbita a 400 km de altura. Voy a hacer un dibujito:



Planteo ley de Newton de atracción de masas entre La Tierra y el satélite. Me queda:

$$F_{atr} = G\ \frac{m_S \cdot M_T}{d_{T-S}^{\ 2}}$$

En esta ecuación d_{T-S} es la distancia Tierra-Satélite que vale R_T + 400 km. La fuerza de atracción vale $m_s \cdot a_{cp}$. Entonces:

$$\not{m}_S \cdot a_{cp} = G \cdot \frac{\not{m}_S \cdot M_T}{d_{T-S}^{\ 2}}$$

La a_{cp} es la aceleración centrípeta que tiene el satélite a 400 km de altura. Puedo reemplazarla por $a_{cp} = \omega^2 \cdot R$. Pero ojo, en este caso la distancia "R" ahora es d_{T-S}. Entonces:

$$\omega^2 \cdot d_{T-S} = \frac{G \cdot M_T}{d_{TS}^2}$$

La velocidad angular omega la puedo poner como $2\pi/T$. Y ω^2 me va a quedar $4\pi^2/T^2$. Reemplazo:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G\ M_T}{d_{T-S}^3} \leftarrow \text{VER}$$

Fijate que la distancia Tierra-satélite quedó al^3 porque pasé dividiendo la d_{T-S} que tenía del otro lado de la ecuación. Despejando el período:

$$\boxed{\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}} \leftarrow$$

RELACIÓN ENTRE EL PERIODO DE ROTACION Y LA DISTANCIA AL CENTRO DE LA TIERRA

Recuadré esta expresión porque es importante. Y es importante por lo siguiente: El valor $4\pi^2/G.M_T$ es una constante. Es decir, yo podría poner todo el choclazo anterior así:

$$\frac{T^2}{d_{T-S}^3} = cte$$

La cuestión ahora es esta: La fórmula T^2/d^3 = cte relaciona la distancia al centro de un planeta de algo que está en órbita con su período de rotación. Esto se puede hacer para cualquier distancia. El planeta no tiene que ser La Tierra. Puede ser Marte y una de sus lunas girando alrededor.
O puede ser el Sol y cualquiera de los planetas. Quiere decir que yo puedo plantear esta fórmula para 2 planetas que están en órbita alrededor del sol y relacionar sus períodos y sus distancias. Me quedaría:

$$\frac{T_1^2}{d_1^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 1} \quad \text{y} \quad \frac{T_2^2}{d_2^3} = cte \leftarrow \text{PARA EL PLANETA 2}$$

La constante es la misma para los 2 planetas. Tiene el mismo valor. Entonces puedo igualar las 2 ecuaciones y me queda:

$$\boxed{\frac{T_1^2}{d_1^3} = \frac{T_2^2}{d_2^3}} \leftarrow \text{LEY DE KEPLER}$$

Esta fórmula es lo que se llama Ley de Kepler. Es muy importante porque relaciona los períodos de rotación con la distancia entre el planeta y el sol. La Ley de Kepler es una fórmula media rara. La gente no la conoce muy bien. Pero tenela anotada por ahí. Ha salvado a mucha gente en parciales y finales.

Voy a resolver ahora lo que pedía el ejercicio. Me piden cual es el período de un satélite que orbita a 400 km sobre la superficie terrestre. Entonces planteo la Ley de Kepler y me queda:

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

El valor $G . M_T$ no lo tengo. (No conozco la masa de La Tierra). Pero puedo usar el truco de poner que $g_{sup} . R_T^{\ 2} = G.M_T$. Entonces reemplazo, despejo el período y me queda el siguiente choclazo:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g_{sup}.R_T^2} \times d_{T-S}^3$$

Reemplazo por los valores :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{9{,}8\frac{m}{s^2}.(6360\ Km)^2} \times (6360\ Km + 400\ Km)^3$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4.\pi^2}{9{,}8\frac{m}{s^2}} \times 7637\ Km$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{9{,}8\ m/s^2} \times 7.637.000\ m$$

$$\Rightarrow T = 5546\ Seg$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 1{,}54\ hs} \leftarrow \text{PERÍODO DE ROTACIÓN}$$

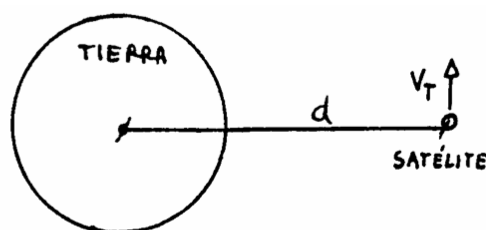
Este es el período de rotación que tiene una cosa que orbita a 400 km de La tierra. Fijate que el período es independiente de la masa. Cualquier cosa que pongas a esa altura sobre la superficie de La Tierra va a tener el mismo período de rotación.

OTRO EJEMPLO

SE QUIERE PONER EN ÓRBITA UN SATÉLITE DE COMUNICACIONES QUE PAREZCA "FIJO" SOBRE UN PUNTO DEL ECUADOR TERRESTRE.
¿ A QUÉ ALTURA SOBRE LA SUPERFICIE DEBERÁ SITUARSE ?

DATO: RADIO DE LA TIERRA: 6.360 KM.

Lo que el problema pregunta es a que altura sobre la Tierra hay que poner un satélite para que dé una vuelta en 24 hs. Aparentemente uno podría decir: yo lo pongo a la altura que quiero y le doy la velocidad angular que quiero para que dé una vuelta en 24 hs. Atento. Esto no se puede hacer. Sólo hay una determinada distancia a la que se puede poner el satélite para que se cumpla lo que me piden. Si la distancia es menor, el satélite va a ser atraído por la Tierra. (se cae). Si la distancia es mayor, se va a alejar y no va a volver más. Ojo, esto no lo digo yo, esto lo dicen las ecuaciones. Hagamos un dibujito. Fijate:



Voy a suponer que el satélite está a una distancia d del centro de la Tierra, girando con una velocidad angular de una vuelta por día. En ese caso su período es de 24 hs = 86.400 seg. Para calcular lo que me piden puedo aplicar la Ley de Kepler:

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

Si cambio $G.\ M_T$ por $g_{sup} \times R_T^{\ 2}$ y despejo la distancia me queda:

$$d^3 = \frac{g_{sup} \cdot R_T^2}{4\pi^2} \cdot T^2$$

Reemplazo por los datos y me queda el siguiente choclazo:

$$d^3 = \frac{10\ m/s \cdot (6.360.000\ m)^2}{4\pi^2} \cdot (24 \times 3600\ s)^2$$

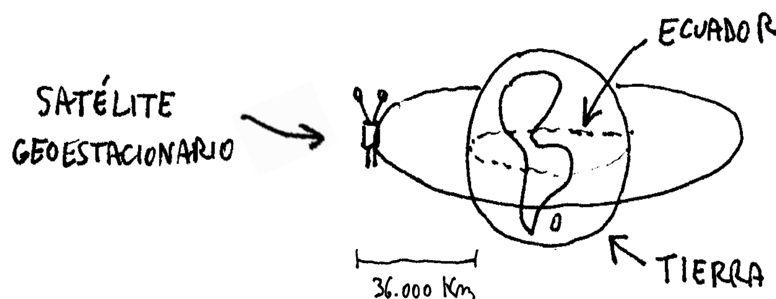
$$d = 42.448.334\ m$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 42.448\ Km} \leftarrow$$ DISTANCIA DESDE EL CENTRO DE LA TIERRA

Si le resto el radio de la Tierra, tengo la altura medida desde la superficie. Eso me da: 42.448 km – 6.360 km

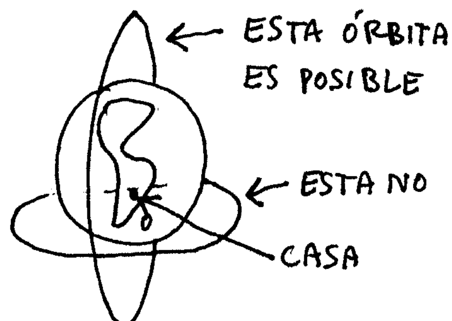
$$\boxed{d = 36.088\ Km} \leftarrow$$ ALTURA DESDE LA SUP. DE LA TIERRA

Cualquier cosa puesta a 36 mil km de altura desde la superficie de La tierra va a dar una vuelta en 24 hs. Es decir, siempre va a estar arriba de un punto fijo sobre la superficie. Esto es muy importante para los militares, que a veces quieren observar día y noche lo que pasa exactamente en un determinado lugar de La Tierra. Por ejemplo, un lugar donde se sospecha que hay bases de misiles o cosas así.
Por este motivo, la altura 36.000 km está saturada de satélites. A estos satélites se los llama " satélites Geoestacionarios ".



Importante: Fijate que para que lo que pide el problema sea posible, el lugar a observar **tiene que estar sobre el ecuador**. Las cosas en órbita siempre dan vuelta alrededor de algún diámetro ecuatorial. Un satélite

no puede orbitar más abajo o más arriba del ecuador. O sea, podría orbitar siguiendo algún meridiano, pero entonces la observación de un determinado punto sobre la superficie no se podría hacer 24 hs al día.



GRAVITACIÓN – PROBLEMAS TOMADOS EN PARCIALES

1 – Un satélite de masa M describe una trayectoria circular uniforme alrededor de la Tierra, a una distancia h = R_T de la superficie, siendo R_T = 6.370 km el radio terrestre. Se cumple que:

- ☐ El peso del satélite a esa altura vale 0.
- ☐ La aceleración de la gravedad a esa altura es 2,5 m/s^2.
- ☐ La aceleración de la gravedad a esa altura es 5 m/s^2.
- ☐ El peso del satélite a esa altura es M .10 m/s^2.
- ☐ El período de este movimiento es de 24 h.
- ☐ La fuerza que la Tierra ejerce sobre el satélite es mucho mayor que la fuerza que el satélite ejerce sobre la Tierra.

1 – FALSA. El peso del satélite nunca se hace cero. (O sea, sería cero para h = infinito)

2 - ¿ La aceleración a esa altura es 2,5 m/s^2 ? Podría llegar a ser. Hay que ver.

3 - ¿ La aceleración a esa altura es 5 m/s^2 ? Podría llegar a ser. Hay que ver.

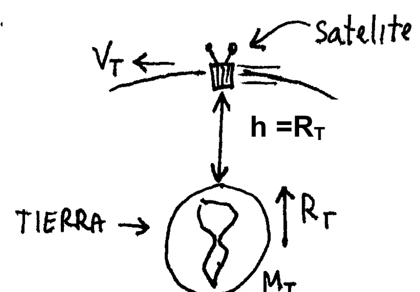
4 - ¿ El peso del satélite es su masa por 10 m/s^2 ? No puede ser. Sería igual que el peso del satélite en La Tierra.

5 - ¿ El período es 24 hs ? No puede ser. Los satélites geosincrónicos tienen que estar a una altura de 36.000 km. (Si no te acordás de este dato no te queda más remedio que hacer la cuenta)

6 - ¿ La fuerza que hace el satélite sobre La Tierra es distinta que la que La Tierra hace sobre el satélite ? No puede ser. Tienen que ser iguales. Son par acción reacción.

Entonces hay 2 opciones posibles, la 2da y la 3ra.

Hay que hacer la cuenta con la fórmula:



$$F_{atr} = G \frac{M_S \cdot M_T}{d_{T-S}^2}$$

Como la fuerza de atracción es $m_{sat} \times a_{sat}$

$$\cancel{M_S} \cdot a_{cp} = G \cdot \frac{\cancel{M_S} \cdot M_T}{d_{T-S}^2}$$

Me queda que la aceleración a una altura h es:

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

No hace falta hacer cuentas: $G \times M_T = g_{sup} \times R_T^2$. Así que queda $g_h = g_{sup} \times R_T$ / 4 R_T^2. Entonces $g_h = 0{,}25 \times g_{sup} = 2{,}5\ m/s^2$.
Correcta la 2da.

---

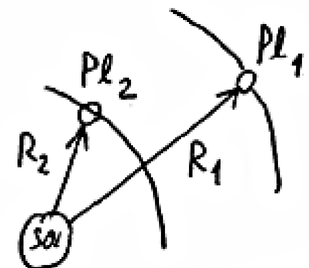
2 – Dos planetas describen órbitas circulares de radios R_1 y R_2 alrededor de una estrella. El período del planeta 1 es 8 veces mayor que el del planeta 2. Si las velocidades angulares respectivas son ω_1 y ω_2, diga cuál de las siguientes afirmaciones es la única correcta:

☐ $\omega_1 = 8\ \omega_2$ y $R_1 = 4\ R_2$
☐ $\omega_1 = 8\ \omega_2$ y $R_1 = 1/4\ R_2$
☐ $\omega_1 = 1/8\ \omega_2$ y $R_1 = 4\ R_2$
☐ $\omega_1 = 1/8\ \omega_2$ y $R_1 = 1/4\ R_2$
☐ $\omega_1 = 1/4\ \omega_2$ y $R_1 = 2.5\ R_2$
☐ las relaciones entre ω_1 y ω_2 y entre R_1 y R_2 dependen de las masas de los planetas

Solución: Planteo la ley de Kepler :

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{8^2 T_2^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$64 R_2^3 = R_1^3 \Rightarrow \boxed{R_1 = 4\ R_2}$$



No hace falta calcular las velocidades angulares. La unica posible con $R_1 = 4\ R_2$ es la tercera. ⇒ CORRECTA LA 3ra OPCIÓN

---

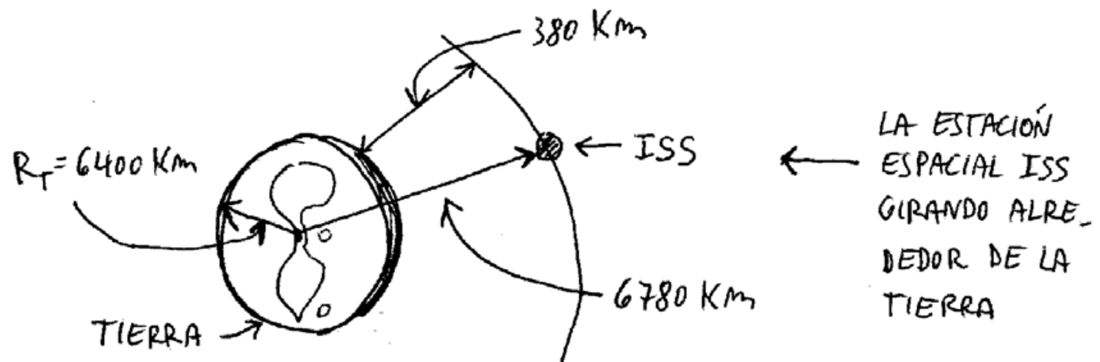
3 – La ISS (estación espacial internacional) actualmente tiene una masa de 250 toneladas. Orbita alrededor de la tierra a una altura sobre la superficie de 380km. En base a los datos Terrestres (radio=6400km; masa=6×10^{24} kg; G=$6{,}67 \times 10^{-11}$ N m²/ kg²) calcule:

a) Velocidad tangencial y periodo orbital

b) Si la masa de un astronauta es de 70kg y este se encuentra a una distancia de 10m del centro de masa de la ISS, calcule la fuerza de atracción gravitatoria entre él y la ISS.

Hagamos un dibujo del asunto. Tengo la estación ISS orbitando alrededor de La Tierra una altura de 380 km. Quiere decir que la distancia al

centro de La Tierra vale 380 km + 6.400 Km = 6.780 km.



Planteo la ley de Newton de Gravitación Universal :

$$F_{atr} = G \, \frac{m_{ISS} \, . \, M_T}{d_{ISS-T}^{\;2}}$$

La Fuerza de atracción es igual a la masa por la aceleración centrípeta a esa distancia. Entonces:

$$m_{ISS} \, . \, a_{cp} = G \, . \, \frac{m_{ISS} \, . \, M_T}{d_{ISS-T}^{\;2}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_T^{\,2}}{d_{ISS}} = G \, . \, \frac{M_T}{d_{ISS}^{\;2}}$$

$$\Rightarrow V_T = \sqrt{\frac{G \, . \, M_T}{d_{ISS}}}$$

Reemplazo por los valores. Ojo, fijate que la distancia a d_{ISS} no vale 6.400 Km, vale 6.780 km.

$$V_T = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \, N m^2 \quad 6 \times 10^{24} \, Kg}{Kg^2 \quad 6.780.000 \, m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{Tg} = 7683 \, \frac{m}{s} = 27\,658 \, \frac{Km}{h}} \longleftarrow \text{VELOCIDAD TANGENCIAL DE LA ISS}$$

Calculo el período de rotación de la estación espacial :

$$V_{tg} = \omega . R \text{ y además } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow$$

$$V_{tg} = \frac{2\pi}{T} . R \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{V_{tg}} = \frac{2\pi \; 6780.000 \text{ m}}{7683 \text{ m/s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 5.545 \text{ seg} = 1{,}54 \text{ hs}} \leftarrow \text{PERÍODO DE ROTACIÓN}$$

b) – Calculo la fuerza de atracción entre el astronauta y la estación espacial. Acá no hay trucos. Planteo la ley de atracción de Newton :

$$F_{at} = G \frac{m_a \, M_{ISS}}{d^2} \Rightarrow$$

$$F_{at} = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{Kg^2} \; \frac{70 \text{ Kg} . 250.000 \text{ kg}}{(10 \text{ m})^2}$$

$$\boxed{F_{at} = 1{,}167 \times 10^{-5} \text{ N}} \leftarrow \text{FUERZA DE ATRACCIÓN}$$

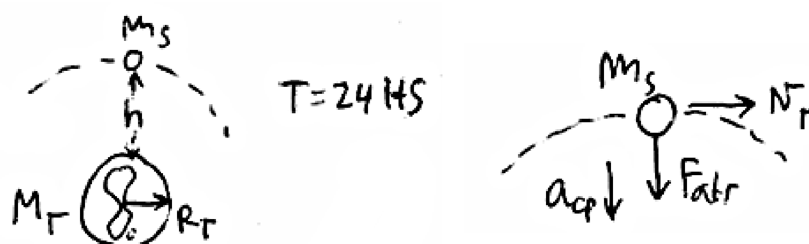
---

4 – Un satélite orbita alrededor de la Tierra dando una vuelta cada 24 hs. Si llamamos R_T al radIo terrestre y h a la altura sobre la superficie de la tierra en que orbita, ¿ Cuál es el valor aproximado de h ?

☐ $h = R_T$ ☐ $h = 3{,}3R_T$ ☐ $h = 4{,}3R$ Datos: $G = 6{,}67 \; 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$,

☐ $h = 5{,}6R_T$ ☐ $h = 6{,}6R_T$ ☐ $h = 7{,}6R$ $M_T = 6 \; 10^{24}$ kg, $R_T = 6{,}4 \; 10^6$ m.

Dicen que tengo un satélite que da una vuelta a La tierra en 24 hs. Bueno, hagamos un dibujito del satélite girando alrededor de la tierra y el diagrama de cuerpo libre :



Planteo la Ley de Newton para el movimiento circular que dice que la

$F_{CP} = m \cdot a_{CP}$. En este caso la fuerza centrípeta es la fuerza de atracción. Entonces :

$$F_{atr} = m_S \cdot a_{cp} \Rightarrow$$

La fuerza de atracción vale $F_{atr} = G \dfrac{m_S \cdot M_T}{d_{T-S}^2}$. Reemplazo y me queda :

$$G \frac{m_S \cdot M_T}{d^2} = m_S \cdot a_{cp} \Rightarrow \frac{G\, M_T}{d^2} = \omega^2 \cdot d$$

Omega es la velocidad angular. D es la distancia del satélite al centro de La Tierra. Queda :

$$\Rightarrow G M_T = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 d^3$$

$$\Rightarrow d^3 = G \cdot M_T \frac{T^2}{4\pi^2}$$

Reemplazo por los datos y me queda el siguiente choclin :

$$\Rightarrow d^3 = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{N\,m^2}{Kg^2} \cdot 6 \times 10^{24}\,Kg \cdot \frac{(24\,hs \times 3600\,seg)^2}{4\pi^2}$$

$$d^3 = 7{,}567 \times 10^{23}\ m^3 \Rightarrow d = 42297524\ m$$

El radio de La tierra me lo dan, vale 6.400 kilómetros. Entonces divido d por 6.400 km y me da :

$$\Rightarrow d = 6{,}6\ R_T$$

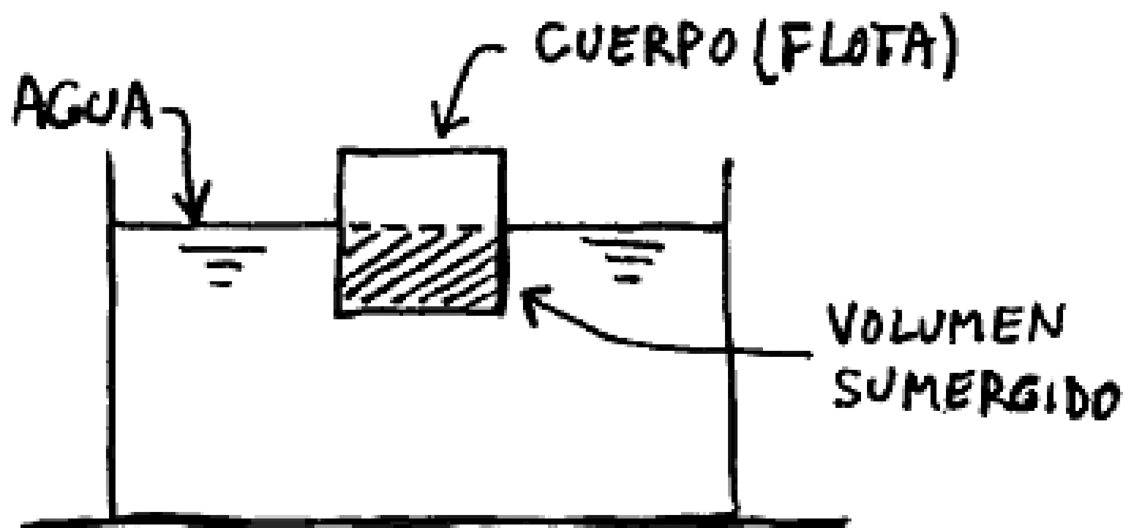
Ahora, fijate que ellos no piden la distancia al centro de La Tierra, piden la altura h, que vendría a ser la distancia del satélite hasta la superficie de la tierra. Entonces :

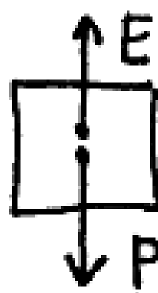
$$\Rightarrow h = d - R_T \Rightarrow$$

$$\boxed{h = 5{,}6\ R_T} \leftarrow \text{ALTURA SOBRE LA SUP. DE LA TIERRA}$$

FIN GRAVITACIÓN

HIDROSTÁTICA





← DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

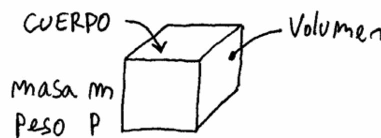
$$\boxed{P = E}$$ ← ECUACIÓN DE NEWTON

HIDROSTÁTICA (Teoría)

HIDRO: agua. ESTÁTICO: quieto, que no se mueve. Acá en hidrostática el agua va a estar quieta. Hay algunos conceptos que tenés que saber antes de entrar directo en el tema de la hidrostática. Entonces, título:

DENSIDAD Y PESO ESPECÍFICO.

Suponete que tengo un cuerpo que tiene un volumen V, una masa m y un peso p :



Ellos definen densidad como la relación entre la masa que tiene el cuerpo y su volumen. A la densidad se la pone con la letra delta (δ). Entonces: δ = masa / volumen.

$$\delta = \frac{m}{V}$$

masa
Volumen
← DENSIDAD DE UN CUERPO

En esta fórmula m es la masa del cuerpo. Va en Kg. V es el volumen del cuerpo, va en m^3. A veces, para indicar volumen se puede usar cm^3, dm^3 o incluso litros Entonces vamos a usar varias unidades para la densidad que son estas:

$$[\delta] = \frac{Kg}{m^3} \text{ ó } \frac{g}{cm^3} \text{ ó } \frac{Kg}{\ell}$$

← UNIDADES DE LA DENSIDAD.

Por favor: Los kilogramos que figuran en la densidad son Kilogramos **MASA**. No son kilogramos fuerza (Recordar). ¿ Qué es entonces la densidad ?
Rta: Es una relación que te dice que cantidad de materia entra en un determinado volumen. Más denso es el cuerpo, más cantidad de moléculas entran por cm^3. Por ejemplo, la densidad del agua es 1 g/cm^3 (= 1 kg/dm^3). La densidad aproximada del cuerpo humano es 0,95 kg/dm^3. El cuerpo humano es un poco menos denso que el agua.

Otros ejemplos de densidades :

* La densidad del mercurio es 13,6 $\frac{g}{cm^3}$
* La densidad del plomo es 11,3 $\frac{g}{cm^3}$

* La densidad del hierro es $7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$

* La densidad del telgopor es $0{,}1\ \frac{g}{cm^3}$

<u>NOTA</u>: A veces en la vida diaria la gente dice que algo es denso cuando es muy espeso y cuesta revolverlo.(Tipo una sopa o un puré). En física, a esa propiedad no se la llama densidad, se la llama <u>viscosidad</u>.

PESO ESPECÍFICO

El peso específico es la relación entre el peso de un objeto y su volumen. Para el peso específico se usa la letra griega Rho. (ρ). Es decir : ρ = Peso / volumen.

$$\rho = \frac{P}{V}$$

PESO ESPECIFICO ← ρ; PESO ← P; VOLUMEN ← V

Las unidades que se suelen usar para el peso específico son kgf/m^3 o kgf/cm^3, kgf/dm^3. También N/m^3 , N/cm^3, N/dm^3. Por favor: Ahora hablamos de peso, así que los kilogramos que estoy usando son Kilogramos **Fuerza**. No son kilogramos masa.
El concepto de peso específico es parecido al concepto de densidad: el peso específico dice cuanto **pesa** 1 cm^3 de un objeto. (1 cm^3 , 1 litro, 1 m^3, etc).

La diferencia entre peso específico y densidad es que la densidad es la misma en cualquier lugar del universo. La cantidad de moléculas por cm^3 de un objeto no cambia, lo pongas donde los pongas. En cambio el peso de un cuerpo depende del lugar donde lo pongas. Por ejemplo, en la Luna los objetos pesan menos y su peso específico es menor que en La Tierra. En el espacio exterior los objetos no pesan nada y su peso específico sería <u>CERO</u>. (CERO). Pero la densidad de un objeto es la misma en la Luna, en la Tierra o en donde sea.

<u>Interesante 1</u>: Fijate que la densidad es una cantidad que te dice si un objeto va a flotar en agua o no. Si la densidad es menor a la del agua, el objeto flota (Ejemplo: corcho).Si la densidad es mayor a la del agua, el objeto se hunde (Ejemplo: Hierro).
Ojo, esto depende de la densidad del líquido. Por ejemplo, una persona flota mucho más en el Mar Muerto que en una pileta. La densidad del agua del Mar Muerto está alrededor de 1,2 kg /litro.

<u>Interesante 2</u>: El hierro y el plomo flotan en mercurio. $\delta_{HG} = 13{,}6\ gr/cm^3$

Interesante 3: La densidad aproximada del cuerpo humano es 0,95 kg/dm^3. Por eso la gente flota en el agua. Esto vale para cualquier persona, sea el tipo gordo, flaco, musculoso, debilucho, etc. Entonces, pregunta: si el ser humano flota en agua....
¿ Por que hay gente que se ahoga ?

RELACIÓN ENTRE DENSIDAD Y PESO ESPECÍFICO.

El peso de un cuerpo se puede poner como Peso = masa × gravedad. Entonces como la densidad es δ = masa/volumen y ρ = Peso/volumen, me queda :

$$\rho = \delta \cdot g$$

Atención: Yo llamé **Rho** al peso específico y **delta** a la densidad. Alguna gente los pone al revés. Parece que todavía no se pusieron de acuerdo. ¿Quién paga los platos rotos?
RTA: Vos, que al final te andan confundiendo con tantas letras raras.

PRESIÓN. (Importante)

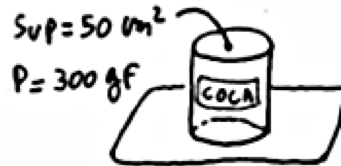
La presión es la fuerza que actúa por unidad de superficie. El sentido de la palabra presión en física significa más o menos lo mismo que en la vida diaria. Presión vendría a ser "cuanto aprieta algo". Ejemplo: Presión del zapato, presión en el abdomen, presión social, presiones políticas, etc. La presión se calcula así :

Ellos se dieron cuenta que hay veces donde lo importante no es "qué fuerza actúa" si no "sobre qué superficie está actuando". Por ejemplo, una birome de un lado pincha y del otro no. (Y fijate que uno está haciendo la misma fuerza). Eso pasa porque cuando vos concentrás toda la fuerza sobre la punta de la birome, la presión ahí es muy grande. Esta es la razón por la que un cuchillo corta de un lado si y del otro no.

La presión se define como la fuerza que está actuando por cada centímetro cuadrado. La cuenta que hay que hacer para calcular una presión es:

$$P = \frac{F}{S}$$

Por ejemplo, supongamos que tengo una latita de aluminio. El volumen es de unos 300 cm^3 así que cuando está llena debe pesar unos 300 g. El diámetro de la base es de unos 8 cm, así que su superficie será : Sup = $\pi \times radio^2 = 3{,}14 \times (4\ cm)^2 = 50\ cm^2$.



Si pongo la lata parada sobre una mesa, la presión que ejerce sobre la base es:

$$P = \frac{300\ gf}{50\ cm^2} = 6\ \frac{gf}{cm^2}$$

← PRESION QUE EJERCE UNA LATITA.

El significado de esto es que cada centímetro cuadrado de la mesa está soportando un peso de 6 gramos fuerza.

UNIDADES DE PRESIÓN. (Atento)

Hay un montón de unidades de presión. Se usan todas. Por ejemplo, si mido la fuerza en Kgf y la superficie en cm^2, tenemos Kgf/cm^2. Si medimos la fuerza en Newton, tenemos N/m^2. (Pascal). Si medimos la presión en relación a la presión atmosférica, tenemos las atmósferas o mm de Hg. Los ingleses usan las PSI. (Pound per square inch = Libras por pulgada cuadrada). Pongo acá unas equivalencias que te van a servir:

EQUIVA LENCIAS ÚTILES ENTRE UNIDADES DE PRESIÓN

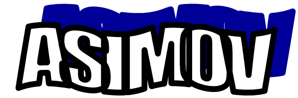
1 bar = 100.000 Pascales = 10^5 Pascales = 10.000 kgf/m^2 = 0,987 atm.

1 atmósfera = 1,033 $\frac{kgf}{cm^2}$ = 760 mm de Hg (Torr) = 14,7 $\frac{lbf}{in^2}$ (PSI) = 101.300 $\frac{N}{m^2}$ (Pascal)

También: 1 libra fuerza (Lbf) = 0,454 Kgf, 1 pulgada (1 inch) = 2,54 cm

Tenés que saber pasar de una unidad de presión a otra porque lo vas a tener que usar. Va acá una tabla de conversión de unidades de presión.

Unidades de presión - Tabla de conversión



Para convertir presión de una unidad a otra:

1 - Comenzar desde la columna cuyo encabezado tiene la unidad de partida.
2 - Bajar hasta la fila que tiene el número " **1** ".
3 - Moverse por la fila hasta llegar a la columna cuyo encabezado tiene la unidad que uno quiere.
4 – Multiplicar el número que tiene esa celda por el valor de partida y obtener el valor en la unidad requerida

psi	atms.	cm H_2O	Kg/cm²	mm Hg (Torr)	cm Hg	mbar	bar	Pa (N/m²)	kPa	MPa
1	0.0681	70.38	0.0704	51.715	5.17	68.95	0.0689	6895	6.895	0.0069
14.7	1	1034.3	1.033	760	76	1013	1.013	101325	101.3	0.1013
0.0361	0.00246	2.54	0.00254	1.866	0.187	2.488	0.00249	248.8	0.249	0.00025
0.001421	0.000097	0.1	0.0001	0.0735	0.00735	0.098	0.000098	9.8	0.0098	0.00001
0.01421	0.000967	1	0.001	0.735	0.0735	0.98	0.00098	98	0.098	0.0001
0.0625	0.00425	4.40	0.0044	3.232	0.3232	4.31	0.00431	431	0.431	0.00043
14.22	0.968	1001	1	735.6	73.56	980.7	0.981	98067	98.07	0.0981
0.4912	0.03342	34.57	0.0345	25.4	2.54	33.86	0.0339	3386	3.386	0.00339
0.01934	0.001316	1.361	0.00136	1	0.1	1.333	0.001333	133.3	0.1333	0.000133
0.1934	0.01316	13.61	0.0136	10	1	13.33	0.01333	1333	1.333	0.00133
0.0145	0.000987	1.021	0.00102	0.75	0.075	1	0.001	100	0.1	0.0001
14.504	0.987	1021	1.02	750	75	1000	1	100000	100	0.1
0.000145	0.00001	0.0102	0.00001	0.0075	0.00075	0.01	0.00001	1	0.001	0.000001
0.14504	0.00987	10.207	0.0102	7.5	0.75	10	0.01	1000	1	0.001
145.04	9.869	10207	10.2	7500	750	10000	10	1000000	1000	1

<u>Ejemplo</u>: Pasar 382.000 Pascales a Kgf/cm². Según la tabla hay que multiplicar 382.000 por 0,00001. Entonces 382.000 Pa equivalen a 3,82 Kgf/cm²

<u>ALGUNAS PRESIONES INTERESANTES</u>:

<u>PRESIÓN ATMOSFERICA</u>

El aire parece no pesar nada, pero en realidad pesa. Un litro de aire pesa un poco más de 1 gramo. El aire que está arriba de tu cabeza en este momento también pesa. Y pesa mucho porque son varios Km de altura. Dicho de otra manera, en realidad es como si viviéramos sumergidos un el fondo de un mar de aire. El peso de todo ese aire distribuido sobre la superficie de la Tierra es lo que se llama <u>PRESIÓN ATMOSFERICA</u>.

La presión atmosférica varía según el día y según la altura a la que estés. El valor al nivel del mar es de 1,033 Kgf/cm². Esto equivale a los conocidos 760 mm de mercurio.

PRESIÓN SANGUINEA

El corazón ejerce presión para poder bombear la sangre. Las paredes del cuore se contraen y empujan la sangre. Esa presión es la que se mide en el brazo. La máxima es de alrededor de 12 cm de mercurio. (120 mm de Hg). La mínima es de alrededor de 8 cm de Hg. De ahí viene la famosa frase que dice que la presión normal es " Doce-Ocho ". Esto significa 12 cm de Hg de máxima y 8 cm de Hg de mínima.

PRESIÓN DE LAS RUEDAS DEL AUTO

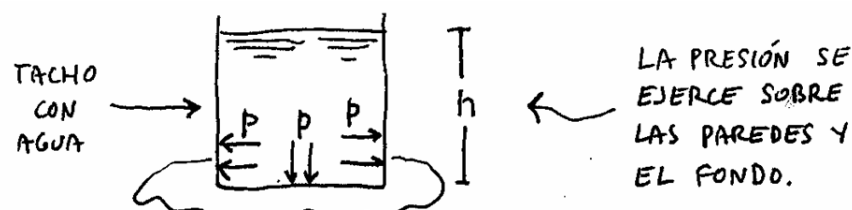
Cuando inflás las ruedas del auto y le decís "poneme 28 en todas", lo que querés decir es 28 libras fuerza por pulgada^2. (28 lbf/in^2). Esto equivale a unas 2 atmósferas. A la unidad " libras fuerza por pulgada cuadrada" . Esta es la PSI (Pound per square inch).

PRESIÓN ABAJO DEL AGUA

Cuando nadás abajo del agua sentís presión sobre los oídos. Esa presión es el peso del agua que está arriba tuyo que te está comprimiendo. Al nadar a 10 m de profundidad tenés sobre tu cuerpo una presión aproximada de 1 atmósfera. (= 1 Kgf/cm^2). Es decir, la presión sobre tu cuerpo es de una atmósfera POR ENCIMA de la presión atmosférica. Este último caso quiero que veas ahora en detalle porque es el más importante.

PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h ← VER

Cuando vos tenés un tacho con agua, el líquido ejerce presión sobre las paredes y sobre el fondo.



Lo que tenés que saber es que a mayor profundidad, mayor presión. Esto es razonable porque a mayor presión hay más líquido por encima. La presión en el fondo va a depender la densidad del líquido. Si lleno el recipiente con mercurio, la presión va a ser mayor que si lo lleno con agua. La fórmula que relaciona todo esto es la siguiente:

$$P_h = \delta \cdot g \cdot h$$

← PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h.

PRESIÓN DENSIDAD GRAVEDAD PROFUNDIDAD

A esta fórmula se la suele llamar TEOREMA GENERAL DE LA HIDROSTÁTICA.

Tenés que conocer bien como se usa la ecuación $P = \delta.g.h$. Aparece bastante en los problemas. A veces ellos escriben esta fórmula como $\Delta P = \delta.g.h$. Delta Pe sería la diferencia de presión entre la parte superior y la inferior.

Ejemplo: **Calcular que presión soporta un objeto sumergido a de 10 m bajo el agua. Dato: $\delta_{H_2O} = 1$ Kg / litro .**

Voy a calcular la presión con la fórmula $P = \delta.g.h$. Como $\delta.g$ es el peso específico Rho, en este caso me conviene poner la fórmula como Presión = Rho×h. El peso específico del agua es de 1 Kgf/l. Entonces:

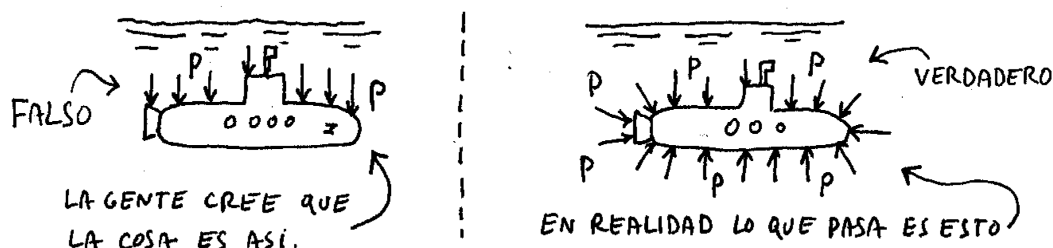
$$P = \rho . h = 1 \frac{Kgf}{l} . 10\,m \Rightarrow$$

$$P = 1 \frac{Kgf}{1000\,cm^{3}} . 1000\,cm$$

$$\Rightarrow \boxed{P = 1 \frac{Kgf}{cm^2}} \leftarrow \text{PRESIÓN A 10 m DE PROFUNDIDAD.}$$

Este resultado significa que la presión que a 10 m de profundidad es de 1 Kgf/cm² POR SOBRE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA. Este valor de 1 kgf/cm² es más o menos el valor de la presión atmosférica. Ahora, la presión va aumentando linealmente con la profundidad. Quiere decir que por cada 10 m que uno baja, la presión aumenta una atmósfera. Este es un resultado que los buzos conocen. Si uno está a 30 m de profundidad, la presión sobre uno es de 3 atmósferas. Si está a 50 m de profundidad es de 5 atmósferas.

ATENCIÓN. Mucha gente cree que la presión del agua sólo empuja hacia abajo. Esto es FALSO. La presión se ejerce EN TODAS DIRECCIONES. Es decir, si vos tenés un submarino sumergido ...



PRESIÓN MANOMÉTRICA Y PRESIÓN ABSOLUTA.

Supongamos que tengo un tanque lleno de gas. Una garrafa, por ejemplo. Quiero saber que presión hay adentro de la garrafa.

Para averiguar esto lo que se hace a veces es colocar un tubo de la siguiente manera:



El gas de adentro empuja la columna de líquido y la hace subir una altura h. Más presión tiene la garrafa, mayor será la altura que va a subir el líquido. Si conozco la altura que subió el líquido puedo calcular la presión dentro del recipiente. Lo hago con la fórmula: Presión = $\delta_{líq}.g.h$. Supongamos que el líquido del manómetro es mercurio y sube hasta una altura de 76 cm. Esto querrá decir que la presión dentro del tanque es de 760 mm de Hg, es decir, una atmósfera.
Pero ojo, esta presión que acabo de medir es de una atmósfera POR ENCIMA DE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA. Se la llama PRESIÓN MANOMÉTRICA. Ahora, si alrededor del tanque hay vacío, la altura de la columna se duplicaría. Sería de 2 × 76 cm = 152 cm de Hg, es decir, 2 atmósferas. Esta presión se llama presión ABSOLUTA. (Está referida al vacío). CONCLUSIÓN:

> PRESIÓN MANOMÉTRICA: Está referida a la presión atmosférica.
> PRESIÓN ABSOLUTA: Está referida al vacío total.

Si a vos te dan la presión manométrica y querés la absoluta, lo que tenés que hacer es sumar una atmósfera. La fórmula que relaciona la presión manométrica con la presión absoluta es:

$$P_{absoluta} = P_{manom.} + 1\ atm.$$

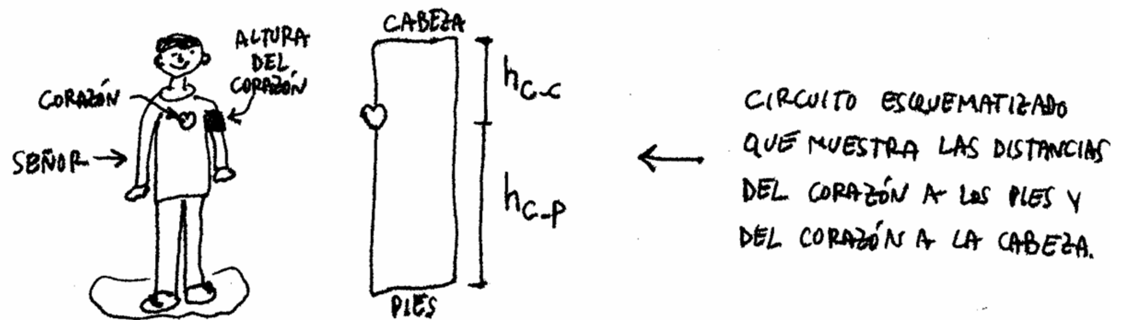
← RELACION ENTRE LA P. ABSOLUTA Y LA MANOMETRICA

Para calcular la presión abajo del agua se usa la fórmula P = $\delta.g.h$. Esa fórmula me dice que la presión del agua aumenta una atmósfera por cada 10 m que uno se sumerge. Ojo. Esa presión **ES LA MANOMÉTRICA**. La absoluta sería $\delta.g.h$ + 1 atmósfera.

PRESION EN EL CUERPO HUMANO

Cuando te tomás la presión y decís: "tengo 120", lo que estás midiendo es la presión manométrica. Son 120 mm de Hg por arriba de la presión atmosférica. La presión absoluta sería de 880 mm de mercurio. (120 mm + 760 mm).

Dato importante: A grandes rasgos, el cuerpo humano se comporta como si fuera un tacho lleno de agua a presión. La presión en el interior de ese tacho sería de unos 12 cm de mercurio. (Presión manométrica).



Ahora, pregunta: ¿ Por qué la presión se toma en el brazo ? ¿ No se puede tomar en otro lado ? ¿ No puedo tomarla en el pié ?
Rta: Sí, se puede tomar en otro lado. Pero hay que hacer una corrección porque uno está tomando la presión a una altura **que no es la del corazón**. Fijate. En el dibujo la distancia marcada como h_{C-P} es la distancia del corazón a los pies. La distancia marcada como h_{C-C} es la distancia del corazón a la cabeza. La presión en los pies va a ser **MAYOR** que la del corazón, porque va a haber que sumarle toda la presión que ejerce la columna de altura h_{C-P}.

$$Presión_{Pie} = Pres_{corazón} + \delta_s\, g\, h_{C-P}$$

La presión en la cabeza va a ser **MENOR** que la del corazón, porque va a haber que restarle toooooooda la presión que ejerce la columna de altura h_{C-C}.

$$P_{cabeza} = P_{corazón} - \delta_s\, g\, h_{C-C}$$

Por ejemplo, supongamos que para una persona la distancia del corazón a los pies h_{C-P} vale 1,2 m. La densidad de la sangre es más o menos la del agua, o sea, 1000 kg/m^3. Entonces para esa persona el valor $\delta.g.\ h_{C-P}$ va a valer:

$$\delta.g.\ h_{C-P} = 1.000\ kg/m^3 \times 10\ m/s^2 \times 1,2\ m$$

$$\rightarrow \delta.g.\ h_{C-P} = 12.000\ Pa$$

Este valor de 12.000 Pascales es aproximadamente igual a 90 mm de Hg. Entonces, si la presión del tipo a la altura del corazón es 120 mm de hg, la presión en los pies será :

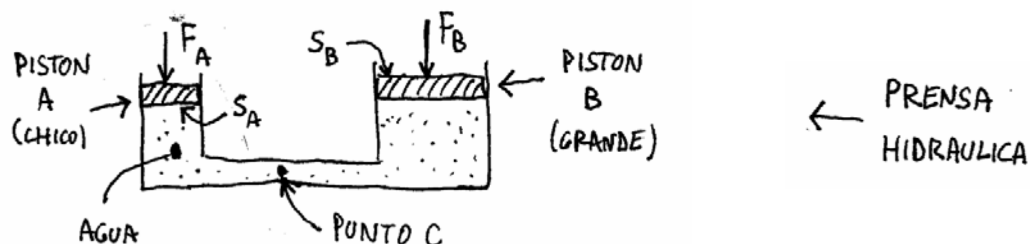
$$Presión_{Pie} = Pres_{corazón} + \delta_s\, g\, h_{C-P}$$

➔ $Pres_{PIES}$ = 210 mm de Hg

Resumiendo: En los pies la presión es mayor que en el corazón. En la cabeza la presión es menor que en el corazón.

PRENSA HIDRAULICA

La prensa hidráulica es un mecanismo que se usa apretar cosas o para levantar pesos.



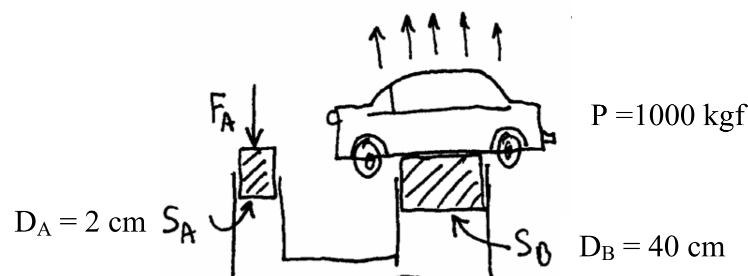
Algunos aparatos para levantar autos funcionan con este principio. Una prensa hidráulica consiste en 2 cilindros con 2 émbolos de distinto diámetro. Mirá el punto C que marqué. En ese punto existe una cierta presión. La presión en ese punto tiene que ser la misma si vengo desde la izquierda o si vengo desde la derecha.
Si yo empujo el pistón A ejerciendo una fuerza F_A , la presión en C debida a esa fuerza es $P_A = F_A / Sup_A$. De la misma manera, si vengo desde la derecha, la presión que ejerce el cilindro B tiene que ser $P_B = F_B / Sup_B$. Entonces, si igualo las presiones

Presión en A = Presión en B

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}}$$ ← FORMULA PARA LAS PRENSAS HIDRAULICAS.

Ejemplo: Calcular que fuerza hay que hace para levantar un auto de 1000 kilos con una prensa hidráulica que tiene pistones de diámetros 2 cm y 40 cm.

Hago un dibujito :



Bueno, acá lo que hago es presionar sobre el pistón chico para levantar el peso que está en el pistón grande. Planteo que las presiones producidas en los 2 cilindros son iguales. Entonces :

Presión en A = Presión en B

$$\Rightarrow \frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

$$F_A = \frac{F_B \cdot S_A}{S_B} \Rightarrow F_A = \frac{F_B \cdot \pi \cdot {R_A}^2}{\pi \cdot {R_B}^2}$$

Tengo Pi arriba y Pi abajo. Simplifico y me queda:

$$\boxed{F_A = F_B \cdot \frac{{R_A}^2}{{R_B}^2}}$$

← FORMULA PARA LAS PRENSAS HIDRAULICAS.

Conviene poner esta última ecuación en el resumen de fórmulas como " ecuación para las prensas hidráulicas de pistones de radios R_A y R_B". Los diámetros eran 2 cm y 40 cm. Pero en la fórmula van los radios, que son el diámetro dividido 2. Reemplazando por estos valores

$$F_A = 1000 \text{ kgf} \cdot \frac{(1\,\text{cm})^2}{(20\,\text{cm})^2}$$

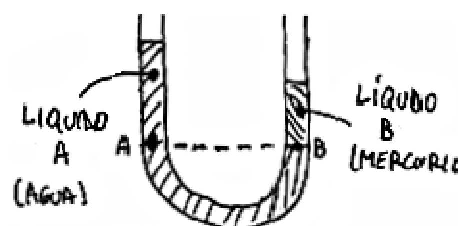
$$\rightarrow \boxed{F_A = 2{,}5 \text{ kgf}}$$

⇐ FUERZA QUE HAY QUE APLICAR

Lo que uno logra con una prensa hidráulica es poder levantar un peso grande haciendo una fuerza chica. La desventaja es que para levantar al peso a una cierta altura, uno tendrá que empujar el pistón chico una distancia mucho mayor a esa altura. Por ejemplo, en este caso si yo quiero levantar al auto una distancia de 10 cm, voy a tener que empujar el pistón chico una distancia de 40 m.

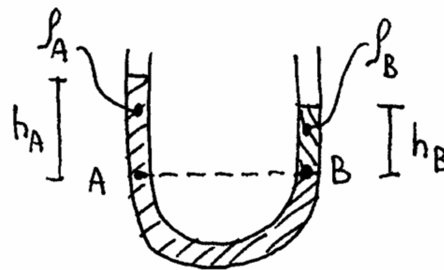
TUBOS EN U

Un tubo en U es una manguera doblada con líquido adentro. Sería una cosa así:



← TUBO EN U

Adentro del tubo se ponen dos líquidos distintos. Tienen que ser líquidos que no se mezclen. Por ejemplo, agua y aceite, agua y mercurio o algo por el estilo. Si pongo un sólo líquido, las ramas llegan al mismo nivel. Si pongo 2 líquidos de densidades diferentes, las ramas quedan desiguales. Del lado del líquido de mayor densidad, voy a tener una altura menor. Lo que uno marca en el dibujo son las alturas de las ramas h_A y h_B.



La idea es calcular la relación entre las alturas h_A y h_B en función de los pesos específicos Rho_A y Rho_B . Para hacer esto planteo lo siguiente. Mirá el punto B. Ahí hay cierta presión que es el peso de la columna de liquido B. Es decir, $P_B = \rho_B . h_B$. De la misma manera si miro el punto A llego a la conclusión de que la presión en A vale $P_A = \rho_A . h_A$.
Y ahora , si lo pienso un poco más veo que como los puntos A y B están a la misma altura, las presiones P_A y P_B tiene que ser iguales. Es decir:

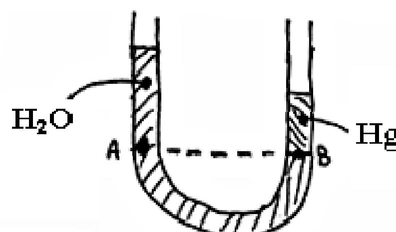
Presión en A = Presión en B

Entonces igualo las presiones y me queda la fórmula para tubos en U:

$$\boxed{\rho_A . h_A = \rho_B . h_B}$$ ← FORMULA PARA LOS TUBOS EN U.

NOTA: En esta fórmula la igualdad de las presiones se plantea en **el lugar donde está la separación entre ambos líquidos**. No se puede plantear la igualdad de presiones en cualquier lado.
NOTA: Tubo en U en inglés se dice "U tube" que suena como "You tube".

Ejemplo: EN UN TUBO EN U SE COLOCAN AGUA Y MERCURIO. SABIENDO QUE LA ALTURA DEL MERCURIO EN LA RAMA DERECHA ES DE 10 cm CALCULAR LA ALTURA DEL AGUA EN LA RAMA IZQUIERDA. DATOS: $\delta_{AGUA} = 1\ g/cm^3$. $\delta_{Hg} = 13,6\ g/cm^3$



<u>Solución</u>: Planteo la fórmula para tubos en U y despejo h_A:

$$h_A = \frac{\rho_B \cdot h_B}{\rho_A}$$

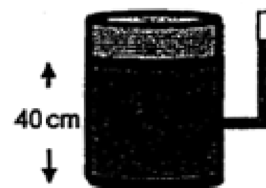
$$\Rightarrow h_A = \frac{13,6\ g/cm^3 \cdot 10\ cm}{1\ g/cm^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{h_A = 1,36\ m} \leftarrow$$ ALTURA DE LA COLUMNA DE AGUA.

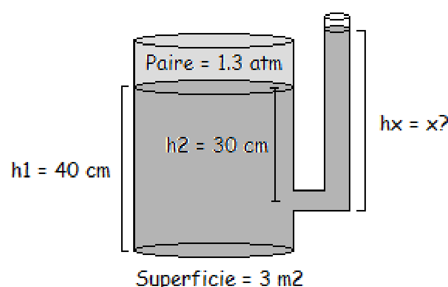
FIN TEORÍA DE HIDROSTÁTICA

HIDROSTÁTICA - EJERCICIOS SACADOS DE PARCIALES

Ejercicio1: el de la figura es un recipiente cerrado, cuya base tiene una superficie de $3m^2$ y que contiene agua. El aire que queda encima del agua, dentro del recipiente, está a 1,3 atm de presión. A 30 cm de profundidad respecto de la superficie libre del líquido se halla un tubo abierto a la atmósfera. En estas condiciones, calcule:
a) la fuerza que soporta la tapa inferior del recipiente;
b) la altura de la columna de agua en el tubo.



Este problema es bastante difícil. Hay que tratar de entender lo que dice el enunciado. Me dan un tacho cerrado. En la parte de arriba hay aire con una presión de 1,3 atmósferas. Abajo hay 40 cm de agua. Piden calcular la fuerza que se ejerce sobre la tapa de abajo. El dibujito del enunciado no se ve bien. Hagamos otro:



Por empezar, no se sabe si la presión de 1,3 atmósferas es la relativa o la absoluta. (Bienvenido a Biofísica). O sea, no sé si esa presión es de 1,3 atmósferas o de 0,3 atmósferas por arriba de la atmosférica. Para resolverlo voy a suponer que es la absoluta. (O sea, 1,3 atmósferas)

a) Lo que hay que entender es que la fuerza que soporta esta tapa está dada por la presión del aire que está dentro del recipiente + el peso de la columna de agua. (El tubito del costado no sirve para nada y es engaña-pichanga). Cambiemos de unidades. Pasamos las atmósferas a Pascales:

$$1 \text{ atm} = 101.300 \text{ Pascales}$$

$$P_{aire} = 1,3 \text{ atm} = 131.690 \text{ Pa}$$

La densidad del agua es :

$$\delta_{H2O} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1.000 \text{ Kg/m}^3$$

La presión que ejerce una columna de un líquido es: $P_{agua} = \delta \cdot g \cdot h$

$$P_{agua} = 1.000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,4 \text{ m}$$

$$P_{agua} = 4.000 \text{ Kg.m / s}^2 = 4.000 \text{ Pa}$$

La presión que soporta la tapa es la suma de la presión del agua + la presión del aire.

Entonces las sumo :

$$P_{total} = P_{agua} + P_{aire}$$

$$P_{total} = 4.000\ Pa + 131.690\ Pa$$

$$P_{total} = 135.690\ Pa$$

Tengo la presión total que soporta la tapa inferior. Pero ojo ! Porque nos están preguntando cuál es la **FUERZA** que soporta la tapa. La superficie de la tapa es de 3 m^2 . Entonces:

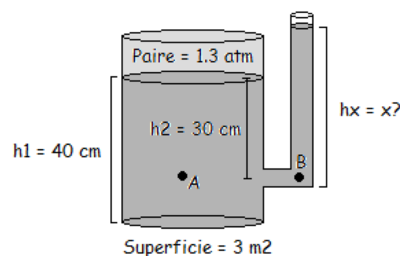
$$P = F / Sup \ \rightarrow \ 135.690\ Pa = F/3\ m^2$$

$$F = 135.690\ Pa\ .\ 3\ m^2 = 135.690\ N/m^2\ .\ 3\ m^2$$

$$F = 407.070\ N$$

Respuesta: la fuerza que soporta la tapa inferior es de 407.070 N.

b) Ahora nos preguntan cuál es la altura de la columna de agua en el tubo. Volvamos a hacer el dibujito :



Mirá los puntos A y B. Dos puntos que están a la misma profundidad están soportando la misma presión. Es decir que la presión que soporta el punto A, que es debida al aire dentro del recipiente y a la columna de agua de 30 cm, es exactamente las misma que la que soporta el punto B, que es debida a la presión atmosférica + la presión de la columna de agua del tubo. (El tubo está abierto al exterior según el enunciado).
Entonces:

$$P_A = P_B \ \longrightarrow \ P_{aire} + P_{agua} = P_{atm} + P_{agua\text{-}tubo}$$

$$131.690\ Pa + \delta\ .\ g\ .\ h_2 = 101.300\ Pa + P_{agua\text{-}tubo}$$

$$131.690\ Pa + 1.000\ Kg/m^3\ .\ 10\ m/s^2\ .\ 0,3\ m = 101.300\ Pa + P_{agua\text{-}tubo}$$

$$134.690\ Pa = 101.300\ Pa + P_{agua\text{-}tubo}$$

$$\longrightarrow \ P_{agua\text{-}tubo} = 33.390\ Pa$$

Esta $P_{agua\text{-}tubo}$ tiene que ser : $P_{agua\text{-}tubo} = \delta\ .\ g\ .\ h_x$. Entonces :

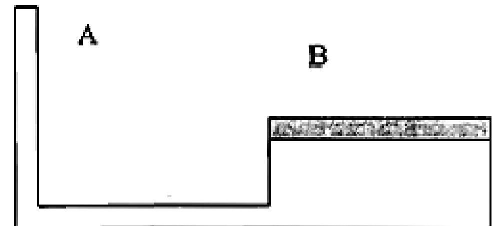
$$33.390 \text{ Pa} = 1.000 \text{ Kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot h_x$$

$$h_x = 3,34 \text{ m}$$

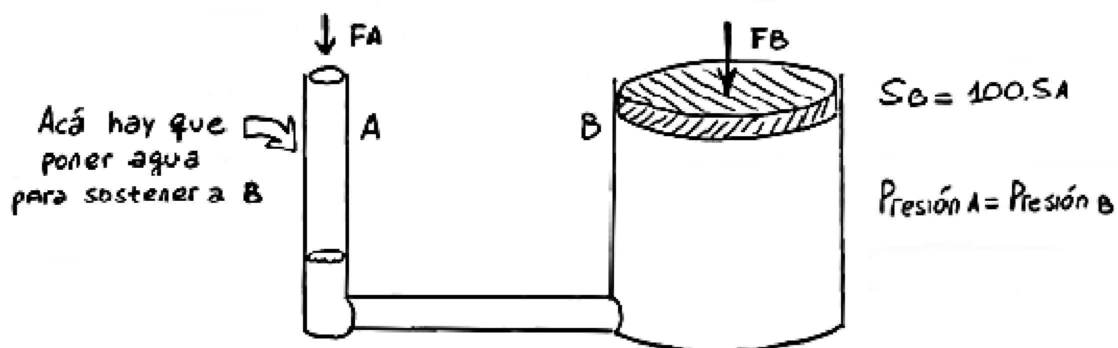
Respuesta: la altura de la columna de agua del tubo es de 3,34 m.

2- ¿Qué cantidad de agua hay que agregar en el tubo A para ejercer una fuerza de 1000 N sobre el émbolo B? La sección del tubo A es de 0,001 m² y es 100 veces menor que la sección del émbolo B.

	1 litro		0,1 litro
	2 litros		10 litros
	100 litros		50 litros



El enunciado no se entiende bien. (Bienvenido a Biofísica). Traduzco. Lo que están diciendo es que quieren que el pistón B pueda levantar algo que pesa 1.000 N = 100 kgf. Entonces lo que piden es que pongamos cierta cantidad de líquido en A para que haga presión sobre el émbolo B y genere la fuerza de 100 kgf. Por empezar, el tubo A tendría que estar abierto. (Bienvenido a Biofísica). Hagamos un esquema:



Entonces planteo que las presiones en los cilindros A y B son iguales

$$P_A = P_B \rightarrow \frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

$$F_A = \frac{F_B \cdot S_A}{S_B}$$

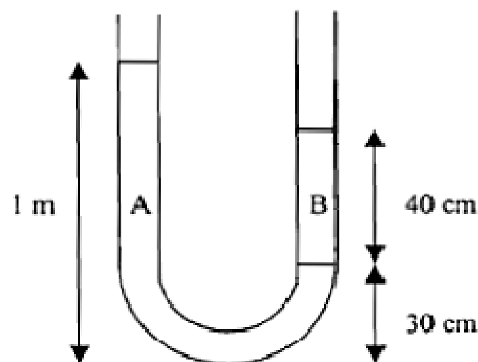
$$F_A = \frac{1000 \text{ N} \cdot S_A}{100 \, S_A}$$

$$\rightarrow F_A = 10 \text{ Newtons} = 1 \text{ Kgf}$$

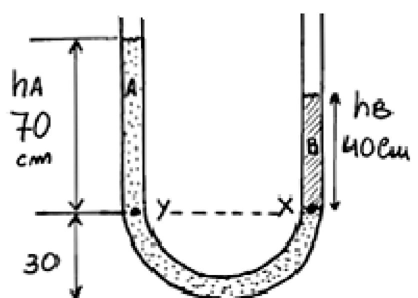
Estos 10 Newtons son el peso que hay que agregar en el cilindro A. O sea, 1 kilo fuerza. Un litro de agua pesa 1 kilo fuerza, entonces la masa de agua a agregar será de 1 litro.

3- Dos líquidos A y B se encuentran en equilibrio en el interior de un tubo abierto en ambos extremos como muestra la figura. La densidad del líquido B es de 10 g/cm³. Entonces, la densidad del líquido A es, aproximadamente:

☐ 13,3 g/cm³ ☐ 5,7 g/cm³
☐ 10 g/cm³ ☐ 4 g/cm³
☐ 7 g/cm³ ☐ 1,4 g/cm³



Me dan un tubo en U con 2 líquidos. Haciendo el dibujo un poco más claro, lo que tengo es esto :



No hay trucos. Planteo la fórmula para tubos en U. Lo único que hay que fijarse bien es cuales son las alturas. La altura de la izquierda son 70 cm. La de la derecha son 40 cm :

$$\delta_A \cdot h_A = \delta_B \cdot h_B$$

$$\delta_A = \frac{\delta_B \cdot h_B}{h_A}$$

$$\delta_A = \frac{10\ g/cm^3 \cdot 40\ cm}{70\ cm}$$

$$\boxed{\delta_A = 5{,}71\ g/cm^3}$$

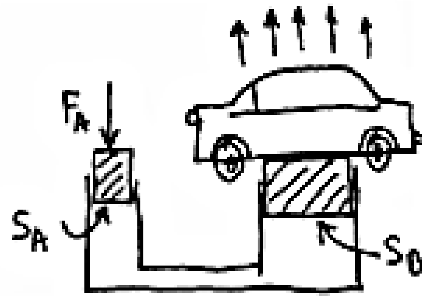
---

4 – Los diámetros de los émbolos grande y pequeño de un elevador hidráulico son 24 cm y 8 cm respectivamente

a) ¿Cuál es el módulo de la fuerza que debe aplicarse al émbolo más pequeño para mantener en equilibrio un automóvil de 1000 kg de masa colocado sobre el émbolo grande?

b) ¿Si el émbolo grande asciende 5 cm, cuánto desciende el émbolo pequeño?

SOLUCIÓN :Un elevador hidráulico es en realidad una prensa hidráulica. Se usan mucho en ingeniería para levantar cosas pesadas. Por ejemplo, autos. Fijate que algunos talleres mecánicos tienen elevadores hidráulicos.
Hagamos un dibujito :



La presión en cada cilindro tiene que ser la misma. Quiere decir que la presión en A tiene que la igual a la presión en B. Entonces :

$$Presión_A = Presión_B$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}$$

Calculemos cuánto valen las superficies respectivas de cada émbolo:

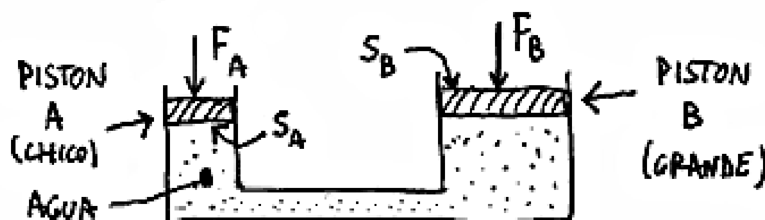
* Diámetro A (Chico) = 0,08 m (8 cm)
* Diámetro B (grande) = 0,24 m (24 cm)

$$S_A = \pi \, . \, r_A^2 \;\Rightarrow\; S_A = \pi \,(0{,}08 \text{ m})^2 = 0{,}02 \text{ m}^2$$
$$S_B = \pi \, . \, r_B^2 \;\Rightarrow\; S_B = \pi \,(0{,}24 \text{ m})^2 = 0{,}18 \text{ m}^2$$

Reemplacemos F_B, S_A y S_B en $\frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}$ $\Rightarrow$ $\frac{F_A}{0{,}02 \text{ m}^2} = \frac{10.000 \text{ N}}{0{,}18 \text{ m}^2}$

La fuerza que hay que hacer es casi 10 veces menos de lo que pesa el auto.

b) - Dicen que el pistón grande sube 5 cm. Piden calcular cuanto bajó el pistón chico. Hagamos un dibujito :



El volumen del líquido que bajó en el pistón chico es $h \times Sup_A$ y el volumen del líquido que subió es $Sup_B \times 5$ cm. Los líquidos son incompresibles. Entonces los 2 volúmenes tienen que ser iguales:

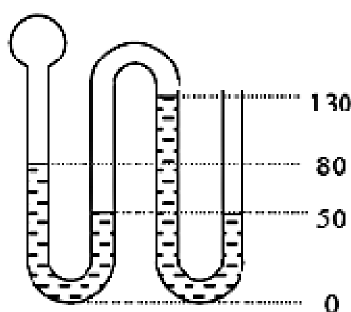
$$V_A = V_B \;\Rightarrow\; S_A \, . \, h = S_B \, . \, 0{,}05 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}02 \text{ m}^2 \, h = 0{,}18 \text{ m}^2 \, . \, 0{,}05 \text{ m}$$

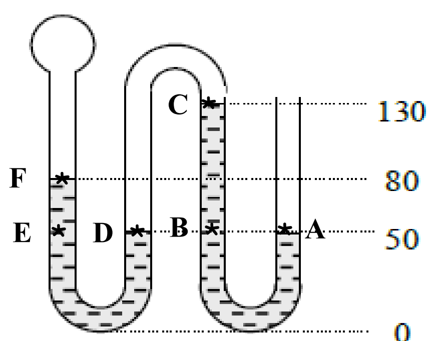
 h = 0,45 m

---

5 **El tubo de la figura está cerrado por un extremo y abierto por el otro, y tiene mercurio en equilibrio alojado en las dos asas inferiores. Los números indican las alturas en milímetros. Si la presión atmosférica es de 760 mm de mercurio y en el medio gaseoso se desprecia la variación de la presión con la altura ¿cuánto vale, en esas mismas unidades, la presión en el interior de la ampolla del extremo cerrado?**



SOLUCIÓN: Este problema es medio complicado. Voy a marcar unos puntos en el dibujito para guiarme un poco:



En el punto A hay presión atmosférica porque el tubo está abierto. Esta presión es de 760 mm de HG. B está a la misma altura, así que $P_B = P_A$. Para ir del punto B al punto C tengo que subir la altura h_{BC} que vale 80 cm. Entonces puedo calcular la presión del punto C como la presión en B menos la presión que ejerce la columna de líquido BC. Así que :

$$P_C = P_{Atm} - \text{Presión de la columna BC}$$

$$\rightarrow P_C = 760 \text{ mm de HG} - 80 \text{ mm de HG}$$

$$\underline{P_C = 680 \text{ mm de HG}}$$

Fijate que la presión en C tiene que dar **MENOR** que la presión en B. Esto pasa por-

que para ir de B a C **hay que subir**. La presión en D es la misma que la presión en C porque entre C y D hay aire. Entonces $P_D = P_C$. A su vez la presión en E es la misma que la presión en D porque están a la misma altura. Para calcular la presión en F tengo que restar la presión de los 30 cm de mercurio que hay entre E y F. (Tengo que restar porque para ir de E a F tengo que subir). Entonces :

$$P_F = P_E - 30 \text{ mm de HG}$$

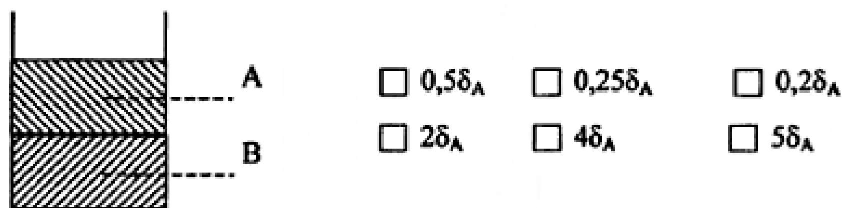
$$P_F = P_C - 30 \text{ mm de HG}$$

$$\Rightarrow P_F = 680 \text{ mm de HG} - 30 \text{ mm de HG}$$

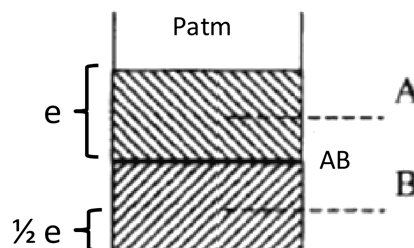
$$\Rightarrow \underline{P_F = 650 \text{ mm de HG}}$$

---

6 – Dos líquidos que no se mezclan se encuentran en equilibrio formando capas de igual espesor como muestra la figura. Las presiones en los puntos A y B ubicados en la mitad de cada capa son P_A = 1,2 atm y P_B = 2,2 atm. Si δ_A es la densidad del líquido superior, la densidad del líquido inferior es :



SOLUCIÓN : Para resolver este problema planteemos cuál es la presión en el punto A, en la interfase AB y en el punto B. Mirá el dibujo :



$P_A = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot \frac{1}{2} e = 1{,}2$ atm → *Acá e es el espesor de la capa de líquido y P_{atm} la presión atmosférica.*

$P_{AB} = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot e$

$P_B = P_{AB} + \delta_B \cdot g \cdot \frac{1}{2} e = 2{,}2$ atm

Si te fijás de la primera ecuación podés calcular:

$$2\ (P_A - P_{atm}) = \delta_A \cdot g \cdot e$$

$$2\ (1{,}2\ atm - 1\ atm) = \delta_A \cdot g \cdot e$$

$$\mathbf{0{,}4\ atm = \delta_A \cdot g \cdot e}$$

Con este dato calculás P_{AB}:

$$P_{AB} = P_{atm} + \delta_A \cdot g \cdot e$$

$$P_{AB} = 1\ atm + 0{,}4\ atm$$

$$\mathbf{P_{AB} = 1{,}4\ atm}$$

Y ahora sí podés plantear, con los datos de la tercera ecuación:

$$2\ (P_B - P_{AB}) = \delta_B \cdot g \cdot e$$

$$2\ (2{,}2\ atm - 1{,}4\ atm) = \delta_B \cdot g \cdot e$$

$$\mathbf{1{,}6\ atm = \delta_B \cdot g \cdot e}$$

Si dividís:

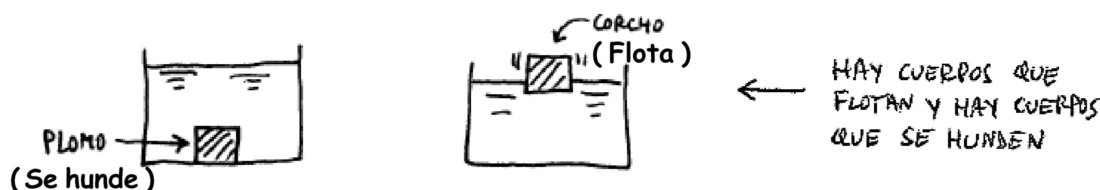
$$\frac{1{,}6\ atm}{0{,}4\ atm} = \frac{\delta_B \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{e}}{\delta_A \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{e}}$$

$$\boxed{4\ \delta_A = \delta_B}$$

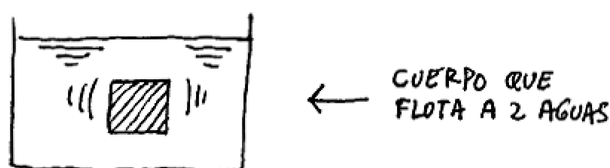
FIN PROBLEMAS DE HIDROSTÁTICA

FLOTACION - PESO Y EMPUJE

Las cosas en el agua flotan o se hunden. La gente dice: Si se hunde es porque el cuerpo es más pesado que el agua. Si flota es porque es más liviano que el agua. La idea se entiende, pero la explicación está mal. "Más pesado" es una forma de decir. Hablando más correctamente, habría que decir que si el cuerpo se hunde, es porque 1 cm^3 del cuerpo pesa más que 1 cm^3 de agua. O sea, la densidad del cuerpo es mayor que la del agua. Y si el cuerpo flota es porque la densidad del cuerpo es menor que la del agua. Acá lo tenés :



Hay otra posibilidad medio rara que es que el cuerpo quede flotando en el medio del agua sin subir ni bajar. (Como los peces o los submarinos). No se va ni para arriba ni para abajo. A esto se lo llama "flotar a dos aguas". Esta situación rara se daría cuando la densidad del objeto que flota es justo igual a la del agua.



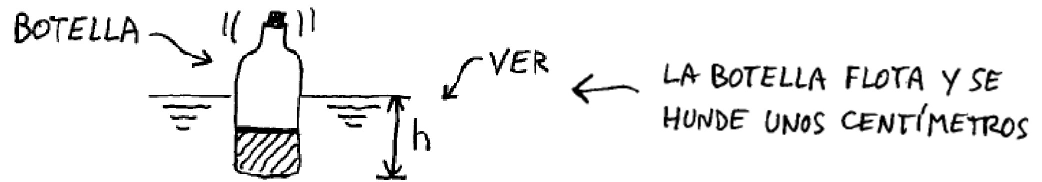
Cuando un submarino flota semisumergido, su densidad es igual a la del agua. Su densidad en promedio, digamos. Lo mismo pasa con los peces. Por decirlo de alguna manera, un cubo de agua también flota en agua. Flota justamente a dos aguas. Esto pasa porque la densidad de un cubo de agua es igual a la del agua.

FLOTAR O NO FLOTAR. THAT IS THE QUESTION

Ahora, ¿ Por qué hay cuerpos que flotan ? (Telgopor, corcho, madera, etc). Veamos por qué pasa esto. No sé si te fijaste alguna vez que los cuerpos sumergidos pesan menos. Bueno, en realidad no es que pesen menos. El peso de un cuerpo es el peso de un cuerpo. El peso de un objeto es siempre el mismo, arriba del agua o abajo del agua. Ellos descubrieron que lo que pasa es que cuando un objeto está abajo del agua recibe una fuerza que lo empuja hacia arriba. Como esta fuerza va así ↑, da la impresión de que el cuerpo fuera más liviano. A esta fuerza rara se la llama EMPUJE.

Vamos al caso de un cuerpo que flota. Por algún motivo extraño, los cuerpos que flotan son empujados para arriba por una fuerza. Esta fuerza impide que se hundan. Pregunta: ¿ De dónde sale esta fuerza que empuja para arriba ? ¿ Qué es lo que la genera ?

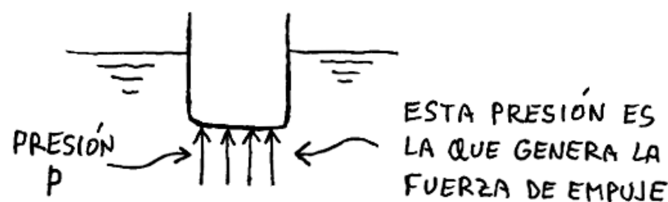
Rta: Bueno, esto es un poco difícil de explicar. A grandes rasgos te lo puedo decir así: Si vos ponés un cuerpo a flotar, el objeto siempre se sumerge un poco.



Supongamos que pongo una botella a flotar en el agua y se hunde 10 cm. A una profundidad de 10 cm la presión es delta del agua × g × 10 cm. Calculemos el valor de esta presión :

$$\text{Presión}_{(10\ cm)} = 1.000\ \frac{kg}{m^3}\ 10\ \frac{m}{s^2} \times 0{,}1\ m = 1.000\ \text{Pascales}$$

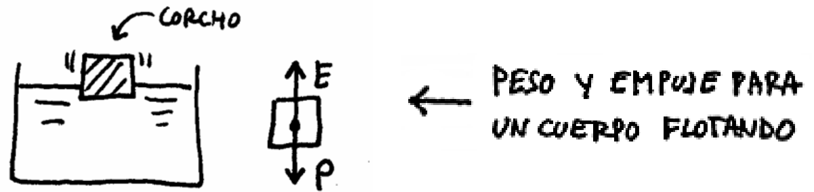
Esta presión de 1.000 pascales empuja sobre el fondo de la botella. (Empuja para arriba). Los 1.000 Pascales multiplicados por la superficie de la parte de abajo de la botella generan una fuerza que apunta hacia arriba.



Si la superficie del fondo de la botella es de 0,01 m^2 tengo una fuerza de 10 Newtons. (= 1 Kgf). Esta fuerza de 10 N va hacia arriba porque la presión del agua empuja la parte de abajo la botella para arriba. Esta es la fuerza que ellos llaman **EMPUJE**. La llaman Empuje porque empuja.

Esta explicación está muy linda, pero no tan linda. Esto no es tan fácil de entender como parece. Hay que pensarlo un rato para ver por qué flota un cuerpo. Pero bueno, después te lo explico mejor. Ahora sigamos.
Un cuerpo recibe empuje cuando está flotando pero también cuando está sumergido. Veamos los 2 casos, cuerpo flotando y cuerpo sumergido:

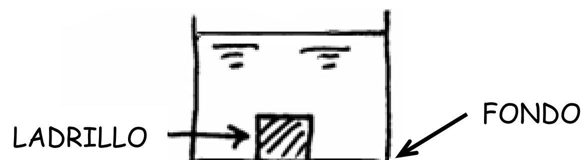
a) - CUERPO FLOTANDO
El cuerpo está en equilibrio. Está ahí quieto. No se va para arriba ni se va para abajo. El peso lo tira para abajo y el empuje lo tira para arriba. Desde el punto de vista de las fuerzas, el peso se tiene que compensar con el empuje.
Sería esto :



La conclusión es que para un cuerpo flotando el peso tiene que ser igual al empuje. Si el peso del cuerpo es 2,27 Kgf, el empuje será de 2,27 kgf.

b) – CUERPO SUMERGIDO

Supongamos que tengo un cuerpo pesado que está hundido en el fondo. (Un ladrillo, por ejemplo). Tengo esto :

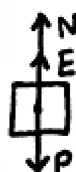


El cuerpo hundido está en equilibrio. Está ahí quieto. No sube para arriba ni se va para abajo. Ahora, el ladrillo está apoyado sobre el fondo. Quiere decir que el fondo lo sostiene. El fondo lo empuja para arriba. Hay una fuerza normal que el fondo hace sobre el ladrillo. Esta fuerza va para arriba.

Desde el punto de vista de las fuerzas, el peso que tira para abajo tiene que ser compensado con el empuje que tira para arriba + la fuerza Normal que también tira para arriba. Entonces la situación para un cuerpo hundido en el fondo de una pileta sería esta :

La ecuación acá sería

Normal + **E**mpuje = **P**eso



← PESO Y EMPUJE PARA UN CUERPO SUMERGIDO

<u>NOTA</u>: Aunque el cuerpo esté hundido, igual hay empuje. La cara de abajo está más abajo que la cara de arriba. Quiere decir que hay más presión abajo que arriba . Es decir, hay más presión en la cara de abajo que en la cara de arriba . Esa diferencia de presiones genera el empuje. Entonces, ellos dicen que :

> EL EMPUJE ES UNA FUERZA QUE APUNTA PARA ARRIBA. SE GENERA POR LA DIFERENCIA DE PRESIÓN QUE HAY ENTRE LA CARA DE ABAJO Y LA CARA DE ARRIBA DE UN OBJETO QUE ESTÁ EN EL AGUA. EL EMPUJE APARECE TANTO SI EL CUERPO FLOTA COMO SI EL CUERPO ESTÁ HUNDIDO.

⇦ EMPUJE

(Otra vez: esto es muy lindo pero hay que pensarlo un rato para ver por qué es así).

¿ <u>CÓMO SE CALCULA EL EMPUJE</u> ? ← VER

Cuando un cuerpo se sumerge en el agua ocupa un cierto volumen. Ellos dicen que "desaloja una cierta cantidad de agua". La fuerza de empuje es el peso de ese volumen de líquido desalojado. Esto es lo que se conoce como principio de Arquímedes que dice:

> TODO CUERPO SUMERGIDO EN UN LÍQUIDO RECIBE UN EMPUJE DE ABAJO HACIA ARRIBA IGUAL AL PESO DEL VOLUMEN DE LIQUIDO DESALOJADO

← PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

Tanto si el cuerpo está flotando como si está totalmente sumergido, el empuje se calcula como el peso del volumen de líquido desalojado. Si lo pensás un poquito, vas a ver que el peso del volumen desalojado es el peso específico del líquido por el volumen de líquido desalojado. Entonces el empuje se calcula como:

$$E = \rho_{LIQ} \cdot V_{SUM}$$

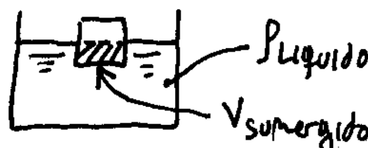
Esto es en función del peso específico Rho. En función de la densidad delta la fórmula sería:

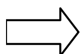
VER → $$\text{Empuje} = \delta_{LIQ}\, g \times Vol_{SUM}$$ ← ECUACION PARA CALCULAR EL EMPUJE

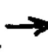
Esta es la fórmula que permite calcular el empuje que recibe un cuerpo. La fórmula tiene su deducción. Después la vemos.

<u>ECUACIÓN A PLANTEAR PARA UN CUERPO QUE FLOTA</u>

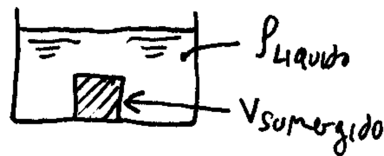
Un cuerpo que flota en el agua está en equilibrio. No se mueve. En ese caso, la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo vale <u>CERO</u>. Quiere decir que se tiene que cumplir que el peso tiene que ser igual al empuje.



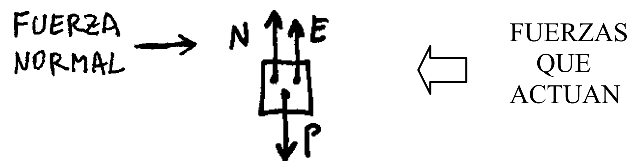
FUERZAS QUE ACTUAN  

ECUACIÓN A PLANTEAR  $P = E$

Ahora vamos al caso de algo que está hundido. En esta situación el objeto está en equilibrio porque no se mueve. Hagamos un dibujito :



Dibujo las fuerzas que están aplicadas sobre el cuerpo:

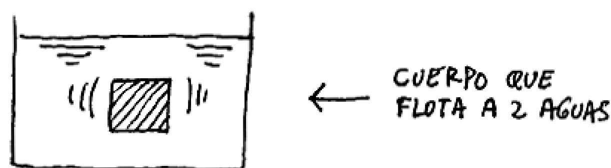


Mirando el diagrama de fuerzas veo que para mantener el equilibrio se tiene que cumplir que lo que tira para arriba tiene que ser igual a lo que tira para abajo. Es decir, el peso tiene que ser igual al empuje + la reacción normal. O sea :

ECUACION A PLANTEAR → $P = N + E$

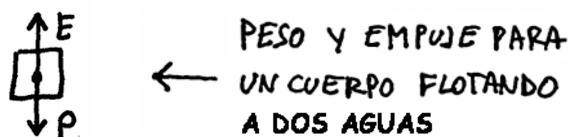
<u>CUERPO FLOTANDO A DOS AGUAS</u>

Analicemos la situación para un cuerpo flotando a dos aguas. Flotar a dos aguas significa que el cuerpo no se hunde ni se va para arriba. Está justo en equilibrio ahí en el medio. (Tipo submarino). Tengo esto :



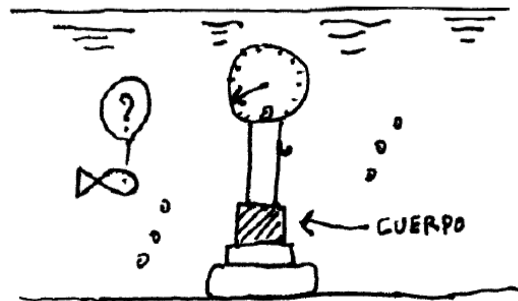
Un cuerpo flotando a dos aguas está en equilibrio. El peso lo tira para abajo y el empuje lo tira para arriba. Las dos fuerzas se compensan. Entonces en este caso, la ecuación a plantear es Peso = a Empuje. Es decir que para el cuerpo flotando a dos aguas pasa lo mismo que si el objeto estuviera flotando en la superficie.

El diagrama de fuerzas sería este :



PESO APARENTE DE UN CUERPO ← VER

La gente suele pensar que un cuerpo abajo del agua pesa menos que afuera del agua. Analicemos esta frase. (Atento, esto es tramposo). Hay que ver que se quiere decir con "pesar menos". Si vos tenés una piedra que pesa 100 kg y la ponés abajo del agua, efectivamente va a dar la impresión de que esa piedra pesa menos. Esto significa que si la ponés sobre una balanza abajo del agua, la balanza en vez de marcar 100 Kgf marcaría 60 Kgf (por ejemplo).



UN CUERPO ABAJO DEL AGUA PESA MENOS. ¿PESA MENOS? (Ojo)

Pero atención, si el cuerpo está abajo del agua y la balanza marca menos, esto <u>**NO SIGNIFICA QUE EL PESO DE LA PIEDRA HAYA CAMBIADO**</u>. El peso de la piedra sigue siendo el peso de la piedra. (100 kgf). Lo que pasa es que al estar abajo del agua, aparece la fuerza de empuje que empuja al cuerpo para arriba. Entonces da la impresión de que la piedra pesa menos. Esto suele llamarse "peso aparente".
Calculemos cuánto parece pesar una cosa abajo del agua. Hagamos un dibujito de un cuerpo sumergido .



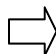
← CUERPO ABAJO DEL AGUA SOSTENIDO POR LA MANO

Un cuerpo en el aire tiene cierto peso. Al ponerlo en un líquido parece pesar menos porque el empuje lo empuja para arriba. Entonces el peso aparente de un cuerpo sería lo que pesa afuera del agua menos el empuje que recibe.

PESO APARENTE = PESO - EMPUJE

Ahora voy a hacer el diagrama de todas las fuerzas que actúan. Ojo, fijate que la mano está empujando al cuerpo para arriba. Y como el objeto está en equilibrio se tiene que cumplir que todas las fuerzas que tiran para arriba tienen que ser = a las fuerzas que tiran para abajo. La situación abajo del agua es la siguiente :

FUERZAS QUE ACTUAN



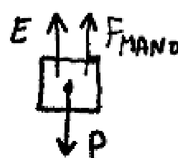


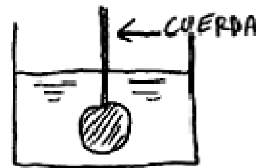


DIAGRAMA PARA EL CUERPO SUMERGIDO

$$\Rightarrow \quad E + F_{MANO} = P$$

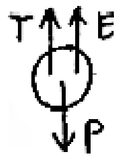
La fuerza que uno hace para sostener al cuerpo con la mano es el peso aparente .

Otra manera de ver lo mismo es sumergir el cuerpo totalmente en un líquido y sostenerlo con una soga. La fuerza que hace la cuerda es el peso aparente. Si vos sostenés la cuerda con la mano, la fuerza que sentís es el peso aparente.



⇦ LA TENSIÓN DE LA CUERDA ES EL PESO APARENTE

El cuerpo está en equilibrio. Quiere decir que todo lo que tira para arriba es igual a todo lo que tira para abajo. El diagrama de cuerpo libre sería así:



$$T + E = P$$

$$\Rightarrow T = P - E$$

↖ PESO APARENTE

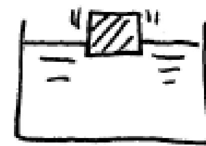
Entonces la ecuación es :

Tensión (= Peso aparente) = Peso - Empuje

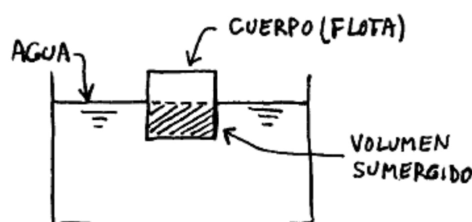
Esto no es teoría. Poné un ladrillo abajo del agua y vas a ver que pesa menos. Los buzos pueden levantar cosas pesadas que están sumergidas porque abajo del agua pesan menos. Pero no pueden sacar del agua esas cosas pesadas porque al llegar a la superficie el empuje desaparece y la piedra vuelve a tener su peso real.

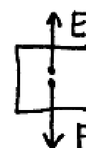
Ejemplo :

UN CUERPO DE PESO 2 Kgf FLOTA EN AGUA COMO INDICA LA FIGURA. CALCULAR :
a) - EL EMPUJE QUE RECIBE
b) – EL VOLUMEN SUMERGIDO



Rta: Hagamos un dibujito y el diagrama de cuerpo libre :





← DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Como el cuerpo está flotando, el peso es igual al empuje. Por lo tanto, si su peso es 2 Kgf, su empuje valdrá 2 kgf.

a) : Empuje = Peso = 2 Kgf = 20 Newton

Vamos a la parte b). Piden calcular el volumen sumergido. El empuje que recibe el cuerpo vale :

$$Empuje = \delta_{LIQ}\ g \times Vol_{SUM}$$

Entonces : $20\ N = 1\ kg/dm^3 \,.\, 10\ m/s^2 \,.\, Vol_{SUM}$

Me queda :

$$\rightarrow 20\ \frac{kg\ m}{s^2} = 10\ \frac{kg}{dm^3}\ \frac{m}{s^2}\ Vol_{SUM}$$

De acá despejo el volumen sumergido :

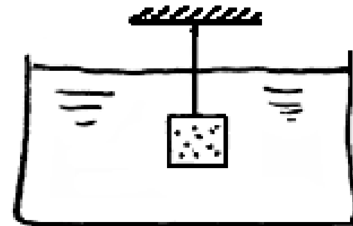
$$\rightarrow \boxed{Vol_{SUM} = 2\ dm^3 = 2\ litros}$$

OTRO EJEMPLO

Se tiene un cuerpo de 10 kilogramos y densidad relativa igual a 4. Se lo sumerge en agua colgado de una soga como indica la figura. Calcular:

a) – El Empuje que recibe.

b) - La tensión de la soga.



a) Me piden calcular el empuje que recibe el cuerpo. Fijate que me dicen que la densidad relativa del objeto es 4. Eso significa que su densidad es 4 veces la del agua. O sea, 4 Kg/dm^3. Necesito calcular el volumen del cuerpo. Planteo :

$$Densidad = \frac{masa}{volumen}$$

Entonces :

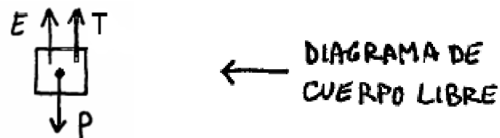
$$4\ \frac{kg}{dm^3} = \frac{10\ kg}{volumen}$$

$$volumen = \frac{10\ kg}{4\ \frac{kg}{dm^3}} = 2,5\ dm^3$$

El Empuje es : $Empuje = \delta_{LIQ}\ g \times Vol_{SUM}$

$$E = 1\ \frac{kg}{dm^3} \times 10\ \frac{m}{s^2} \times 2,5\ dm^3 = 25\ N$$

Para calcular la tensión de la soga hago el diagrama de cuerpo libre:



El cuerpo está en equilibrio. La ecuación a plantear es Empuje + Tensión = Peso. →

→ Tensión = Peso – Empuje

El peso del cuerpo es de 10 Kgf = 100 Newtons. El empuje ya lo calcule y es 25 N

→ T = 100 N – 25 N

→ **T = 75 Newton** ⇐ TENSIÓN DE LA CUERDA

ULTIMO EJEMPLO

Se tiene un cuerpo de 10 kilogramos y densidad relativa igual a 4.

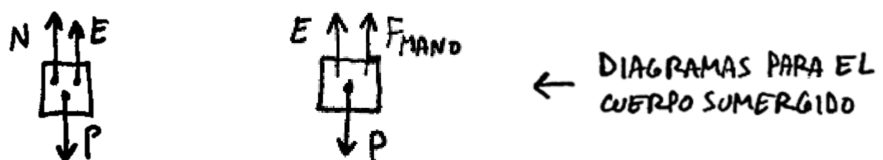
a) – Se lo apoya sobre el fondo. ¿ qué fuerza soporta el piso ?

b) - ¿ Que fuerza habrá que hacer para sostenerlo abajo del agua ?

Rta: Tenemos estas dos situaciones :



A la fuerza que hace el fondo la llamo "Normal". A la fuerza que hace la mano la llamo "$F_{MANO.}$". Los diagramas de cuerpo libre son iguales en los 2 casos. Quedan :



Fijate que las dos situaciones son iguales. El peso del cuerpo es 10 Kgf = 100 Newtons. El Empuje lo calculé antes y me dio $E = \delta_{LIQ}\ g\ Vol_{SUM}$ = 25 N.
Las ecuaciones quedan :

$N + E = P$ y $F_{MANO} + E = P$

→ $N = P - E$ y $F_{MANO} = P - E$

$\rightarrow$ $N = 100\ N - 25\ N$ y $F_{MANO} = 100\ N - 25\ N$

$\rightarrow$ $N = 75$ Newtons y $F_{MANO} = 75$ Newtons

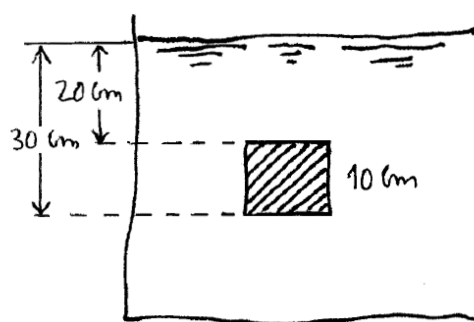
Fijate estas dos cosas:

1 - En realidad este problema es igual al anterior. Cuerpo colgado de una soga, cuerpo apoyado en el fondo o cuerpo sostenido por la mano... es todo lo mismo.

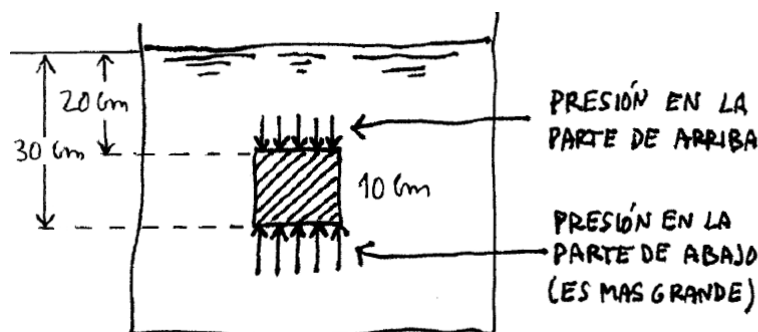
2 – La fuerza que hace la mano es el peso aparente. Afuera del agua el cuerpo pesa 10 Kgf. Metido en el agua el agua el cuerpo parece pesar 7,5 Kgf.

DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA PARA EL EMPUJE

Suponé que tengo un cubo sumergido en agua. Para hacer las cuentas pongamos algunos valores. Supongamos que el lado del cubo es 10 cm. Supongamos que la parte de arriba está sumergida 20 cm. O sea, tengo esto :



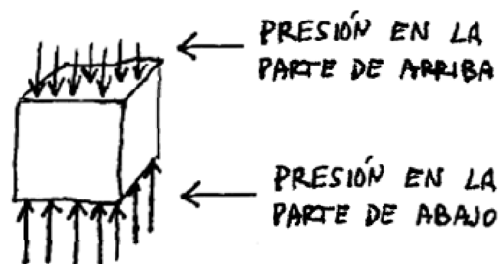
El cubo puede tener mayor densidad que el agua o menor densidad que el agua. O sea, puede estar intentando salir a flote o puede estar hundiéndose. Dibujemos las presiones que ejerce el agua sobre la parte de arriba y sobre la parte de abajo



Calculemos la presión en la parte de arriba: $P_{(20\ cm)} = \delta . g \times 0{,}2\ m = 2.000$ Pascales. Quiere decir que la fuerza en la parte de arriba vale $F = \text{Presión} \times \text{sup} = 2.000\ Pa \times 0{,}1\ m \times 0{,}1\ m = 20$ Newtons.

En la parte de abajo: $P_{(30\ cm)} = \delta.g \times 0{,}3\ m$ = 3.000 Pascales. La fuerza en la parte de abajo vale F = Presión x sup = 3.000 Pa x 0,1 m x 0,1 m = 30 Newtons.
Quiere decir que en la parte de arriba tengo una fuerza de 20 Newtons que empuja así: ↓ . En la parte de abajo tengo otra fuerza de 30 Newtons que empuja así: ↑ .
La fuerza de abajo gana y el resultado es una fuerza neta de 10 Newtons empujando para arriba. Esta fuerza es el empuje.

Una cosa: Yo hice este ejemplo tomando valores. Fijate lo que pasa si lo hago con letras. Supongo un cubo de lado L que está sumergido en un líquido de densidad δ_{LIQ} a una profundidad H_1 la cara de arriba y otra profundidad H_2 la cara de abajo.



La presión en la parte de arriba vale: $P_{(H1)} = \delta_{LIQ} . g \times H_1$. Quiere decir que la fuerza en la parte de arriba vale: F_{ARRIBA} = Presión x sup = $\delta_{LIQ} . g \times H_1 \times L^2$.
En la parte de abajo: $P_{(H2)} = \delta_{LIQ} . g \times H_2$. Quiere decir que la fuerza en la parte de abajo vale F_{ABAJO} = Presión x sup = $\delta_{LIQ} . g \times H_2 \times L^2$.
Hagamos la cuenta $F_{ABAJO} - F_{ARRIBA}$ para ver cuánto da. Tengo :

$$F_{ABAJO} - F_{ARRIBA} = \delta_{LIQ} . g \times H_2 \times L^2 - \delta_{LIQ} . g \times H_1 \times L^2$$

$$\rightarrow\ F_{ABAJO} - F_{ARRIBA} = \delta_{LIQ} . g \times (H_2 - H_1) \times L^2$$

Ahora, el valor $H_2 - H_1$ es justamente el lado del cubo, L. Entonces :

$$\rightarrow\ F_{NETA} = \delta_{LIQ} . g \times (L) \times L^2$$

$$\rightarrow\ F_{NETA} = \delta_{LIQ} . g \times L^3$$

La fuerza neta va para arriba y es el empuje. Entonces:

$$\rightarrow\ \boxed{F_{NETA} = \delta_{LIQ} . g \times VOL_{SUMERGIDO}}\ \Leftarrow \text{VALOR DEL EMPUJE}$$

NOTA 1: También hay presiones en los costados del cubo. Estas presiones generan fuerzas en sentidos contrarios. Una empuja así: → y la otra empuja así ←. Como las presiones son iguales, las fuerzas también son iguales y se compensan.

El cuerpo sumergido no tiene fuerza neta que lo empuje en sentido horizontal.

NOTA 2: Esta fórmula fue deducida para un cubo. Un cubo es un cuerpo lindo y simétrico. Ellos demuestran que la fórmula sigue valiendo si el objeto tiene una forma rara no simétrica. (Una papa, por ejemplo).

TEMAS PARA EXPERTOS

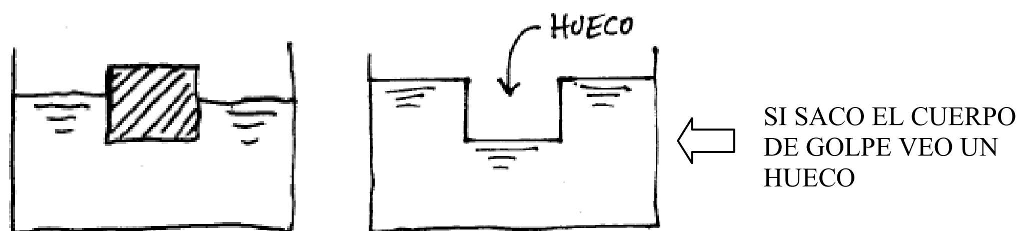
Vamos a analizar unas cuestiones interesantes sobre peso y empuje. Fijate esto :

EL MAR DE AIRE

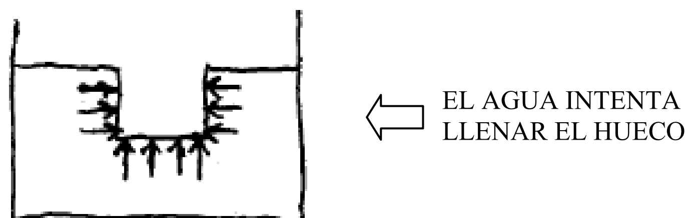
La gente suele decir que el aire no pesa nada. No-no. El aire pesa. Pesa poco, pero pesa. 1 litro de aire pesa alrededor de 1 gramo. Ahora, la cosa es que el aire es un fluido. Y la atmósfera tiene varios kilómetros de espesor. Quiere decir que podría considerarse que estamos sumergidos en el fondo de un mar de aire.
Entonces:
¿ Estamos sumergidos en un mar de aire ?
¿ Recibimos empuje por el hecho de estar sumergidos en el mar de aire ?
¿ Cuál es el valor del empuje que está recibiendo tu cuerpo ahora debido al aire ?
¿ No habría que descontarlo cuando uno se pesa en una balanza ?
Cuando uno se pesa en una farmacia... ¿ La balanza marca el peso real ? ¿ O marca el peso menos el empuje ?

¿ QUÉ ES LO QUE PRODUCE EL EMPUJE ?

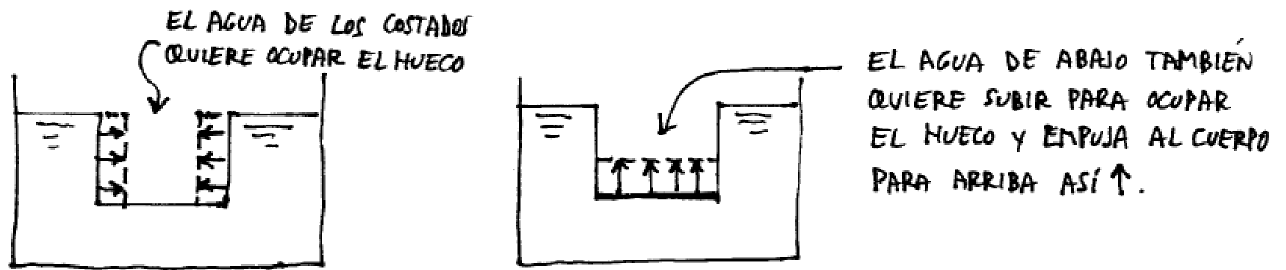
Imaginate un cuerpo que está flotando en agua. Suponé que saco el cuerpo de golpe y saco una foto de lo que se ve. Lo que se vería sería algo así :



Analicemos lo que pasa en el instante exacto en que yo saco el cuerpo. El agua no se queda ahí. Quiere ocupar el hueco. Entonces empuja tratando de llenar el lugar vacío. Sería esto :



Analicemos esto desde todos los costados. (valga la casualidad) :



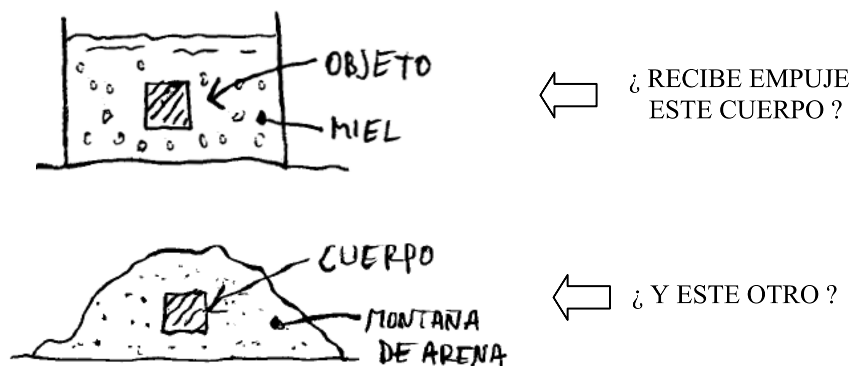
Pero si el cuerpo está, el agua de los costados empuja en forma horizontal pero no logra nada porque está el cuerpo. En cambio, el agua de abajo, intenta subir y empuja al cuerpo para arriba. Esta el la fuerza de empuje.

QUÉ PESA MÁS, ¿ UN KILO DE PLUMAS O 1 KILO DE PLOMO ?

La respuesta a la pregunta es "Los dos pesan lo mismo, porque los dos pesan 1 kilo".
Pero... ¿ Los 2 pesan lo mismo ? ¿ Estás seguro ?
(Ojo, esta es una pregunta para expertos)

EMPUJE DULCE – EMPUJE ARENOSO

Tengo un cuerpo sumergido en miel. ¿ Recibe empuje ? (Miel, dulce de leche, shampoo, glicerina, etc). Tengo un cuerpo debajo de la arena. ¿ Recibe empuje ?



* Las maderas flotan en agua. La densidad de la madera va de 0,5 a 0,8. Pero...
¿ Todas las maderas flotan en agua ?
¿ El quebracho flota en agua ? ¿ Levantaste alguna vez un durmiente de quebracho?
¿ Te fijaste lo pesado que es ?

* A la fuerza que hacen los motores de los cohetes se la suele llamar empuje. También se habla de la fuerza de empuje de las turbinas de los aviones. Atención, estas fuerzas (también llamadas empuje) no tienen nada que ver con la fuerza de empuje que recibe un cuerpo que flota en agua.

* Se puede considerar que estamos sumergidos en un mar de aire. Es un mar profundo. La atmósfera tiene como unos 20 km de espesor. Pregunta:

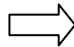
¿ Puedo calcular la presión en el fondo de ese mar haciendo la cuenta $\delta_{AIRE} \times g \times$ altura de la atmósfera ?

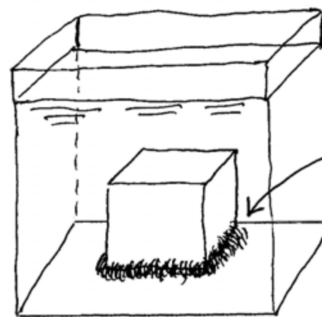
SOLO PARA EXPERTOS

Agarro un recipiente vacío y pongo un objeto en el fondo. Algo liviano, por ejemplo, telgopor o corcho. Pongo plastilina todo alrededor del objeto para que no pueda entrar agua abajo. Ahora voy tirando agua lentamente. Empujo con la mano manteniendo apretado el cuerpo contra el fondo para que no se levante.

Una vez que el agua cubrió totalmente al objeto, saco la mano. ¿ Que pasa ? ¿ Se levanta el cuerpo ? ¿ Qué empuje recibe un cuerpo al que no le entra agua por abajo ?

¿ CUÁNTO VALDRÍA EL EMPUJE EN ESTA SITUACIÓN ?



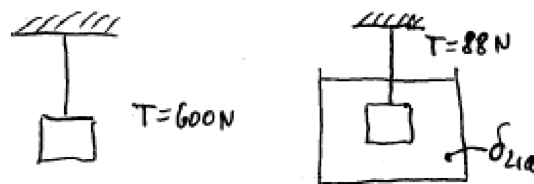


PESO Y EMPUJE - EJERCICIOS SACADOS DE PARCIALES –

PROBLEMA 1 : Considere un cuerpo cúbico de 40 cm de lado. Si se cuelga del techo mediante una soga ideal, la tensión que ejerce la soga es igual a 600 N. Cuando el cuerpo está sumergido totalmente en un líquido de densidad δ, la tensión que ejerce la soga es de 88 N. Entonces el valor de la densidad del líquido es:

☐ 0,8 g/cm³ ☐ 6,8 g/cm³ ☐ 15 g/cm³ ☐ 0,8 kg/m³ ☐ 6,8 kg/m³ ☐ 15 kg/m³

SOLUCIÓN: Me dan dos casos diferentes. Primero cuelgan al cuerpo de una soga y después lo sumergen en agua. Planteamos las dos situaciones que tenemos :



Hago el diagrama de cuerpo libre con el cuerpo sumergido. Me queda así :

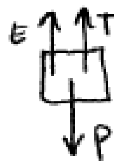




DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE CON EL OBJETO SUMERGIDO

La ecuación de equilibrio es : T + E – P = 0 → E = P - T

➔ E = 600 N -88 N = 512 N

El empuje vale:

$$E = \delta_{Liq}\, g\, V_{Sum} = \delta_{Liq}\, 10\,\frac{m}{s^2} \cdot (0,4\,m)^3$$

Este valor lo igualo a 512 N que es el empuje que calculé antes:

$$\Rightarrow \delta_{Liq}\, 10\,\frac{m}{s^2}\,(0,4\,m)^3 = 512\,N$$

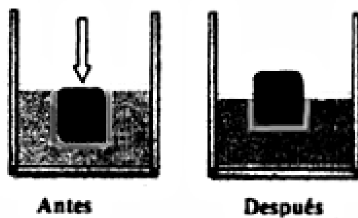
$$\Rightarrow \delta_{Liq} \cdot 0,64\,\frac{m^4}{s^2} = 512\,Kg\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_{Liq} = 800\,\frac{Kg}{m^3}}$$



DENSIDAD DEL LIQUIDO

800 Kilos por metro cúbico son 0,8 g/cm³. CORRECTA LA 1ra .



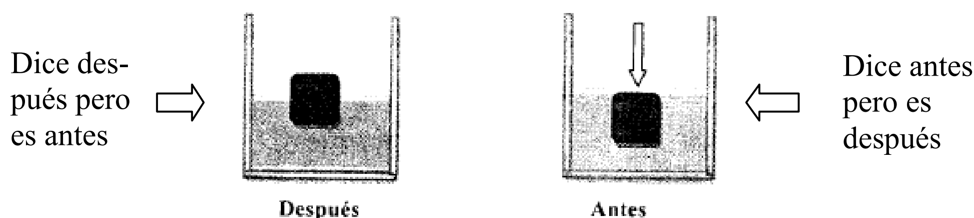
2) **Un cubo de 0,6 m de arista está completamente sumergido en agua en un recipiente abierto a la atmosfera. Para ello se ejerce sobre él una fuerza de 500 N. Una vez que la fuerza deja de actuar el cuerpo flota parcialmente sumergido, como muestra la figura.**

a) **En esas condiciones, ¿cuál es la densidad del cubo?**

b) **¿Cuánto vale la presión manométrica sobre la cara inferior cuando deja de aplicarse la fuerza?**

Este problema es medio engaña-pichanga. Traduzco el enunciado del ítem a) :

> UN CUERPO CUBICO DE LADO = 60 Cm FLOTA EN AGUA PARCIALMENTE SUMERGIDO COMO INDICA LA FIGURA QUE DICE "DESPUES". SE EMPUJA AL CUERPO CON UNA FUERZA DE 500 N DE MANERA QUE QUEDA COMPLETAMENTE SUMERGIDO COMO INDICA LA FIGURA QUE DICE "ANTES". CALCULAR LA DENSIDAD DEL CUBO.



O sea, donde dice "después" hay que entender que significa "antes" y donde dice "antes" hay que entender que significa "después". (Bienvenido a física CBC).

Hago el diagrama de cuerpo libre con el cuerpo totalmente sumergido debido a la acción de la fuerza de 500 N que lo empuja para abajo. Me queda así :

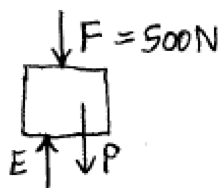


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE CON EL CUERPO TOTALMENTE SUMERGIDO

El cuerpo está en equilibrio. La ecuación de Newton me queda :

$$F + P = E \Rightarrow P = E - F$$

Calculo el valor del empuje :

$$E = \delta_L\, g\, V_{SUM} = 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot (0{,}6\, m)^3$$

$$\Rightarrow E = 2.160\ N$$

$$\Rightarrow P = 2160\,N - 500\ N \Rightarrow$$

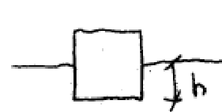
$\longrightarrow$ Peso = 1.660 N $\leftarrow$ Peso del cuerpo

El volumen de un cubo el lado^3. Si el peso son 1.660 Newtons, entonces su masa son 166 kg. Ahora puedo calcular la densidad del cuerpo :

$$\delta = \frac{masa}{Vol} = \frac{166\ Kg}{(0{,}6\ m)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta = 768{,}5\ \frac{kg}{m^3}}$$ $\leftarrow$ Densidad del cuerpo

b) – Preguntan cuanto vale la presión manométrica en la cara de abajo cuando el cuerpo está flotando sin la fuerza aplicada. (Es decir, en la situación "después" que en realidad es "antes"). Presión manométrica significa "presión relativa". Hagamos el diagrama de cuerpo libre del cuerpo flotando :



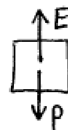




DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE CON EL CUERPO FLOTANDO SIN LA FUERZA F

Hay 2 maneras de calcular esto. **Manera 1**: Como el cuerpo está flotando, el empuje es igual al peso. Entonces :

$$E = P \Rightarrow \delta_{LIQ} \cdot g\ V_{SUM} = Peso \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1000\ \frac{Kg}{m^3} \cdot 10\ \frac{m}{s^2}\ V_{SUM} = 1660\ N$$

$$\Rightarrow V_{SUM} = 0{,}166\ m^3 \qquad \Rightarrow V_{SUM} = S_{Base} \cdot h$$

$$\Rightarrow 0{,}166\ m^3 = (0{,}6\ m)^2 \times h \Rightarrow h = 0{,}46\ m$$

Estos 46 cm son la profundidad que se encuentra sumergido. La presión a una profundidad h se calcula con el teorema general de la hidrostática:

$$P_{(0{,}46\,m)} = \delta_{LIQ} \cdot g \cdot 0{,}46\ m = 1000\ \frac{Kg}{m^3} \cdot 10\ \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}46\ m$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{(0,46)} = 4.611 \ \frac{N}{m^2}}$$ ⇦ PRESIÓN EN LA CARA DE ABAJO DEL CUBO

Manera 2:
Para un cuerpo flotando el empuje está dado por la fuerza que hace la presión del agua sobre la cara de abajo. Quiere decir que :

$$\text{Empuje} = \text{Presión} \times \text{SUP}_{\text{de la cara de abajo}}$$

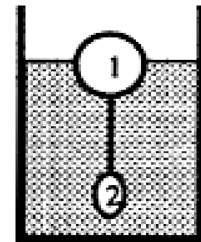
El empuje ya lo había calculado antes. Era igual al peso del cuerpo que valía 1.660 N. Entonces :

$$\rightarrow \quad 1.660 \ N = \text{Presión} \times (\ 0,6 \ m\ )^2$$

$$\rightarrow \quad \underline{\textbf{Presión} = 4.611 \ N/m^2}$$

---

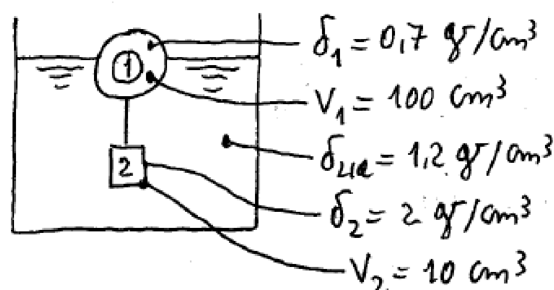
3 – Dos cuerpos unidos por una soga ideal están en reposo dentro de un recipiente que contiene un líquido como se muestra en la figura. El cuerpo 2 está totalmente sumergido y el 1 parcialmente. Calcular :
a) – La tensión de la soga
b) – El empuje del cuerpo 1



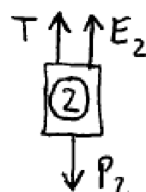
DATOS:

$\delta_1 = 0,7 gr/cm^3$, $\delta_2 = 2 gr/cm^3$, $\delta_{Liq} = 1,2 gr/cm^3$, $V_1 = 100 cm^3$, $V_2 = 10 cm^3$

SOLUCIÓN :Hago un dibujito de los cuerpos flotando y pongo todos los datos:



Hago el diagrama de cuerpo libre para el objeto 2 que está totalmente sumergido :



$$T + E_2 = P_2 \quad \Rightarrow$$

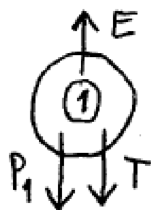
$$T + \rho_{LIQ} \ Vol_{SUM_2} = \rho_2 \cdot Vol_2$$

$$\Rightarrow T + 1{,}2\ grF/cm^3 \cdot 10\ cm^3 = 2\ grF/cm^3 \cdot 10\ cm^3$$

$$\Rightarrow T + 12\ grF = 20\ grF$$

T = 8 grf = 0,08 N	← TENSIÓN DE LA CUERDA

Ahora hago el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo de arriba. Ojo que el volumen que dan como dato es el volumen de TODO el cuerpo. (No de lo que está sumergido).



$$E = P_1 + T$$

$$E = 0{,}7\ \frac{grF}{cm^3} \cdot 100\ cm^3 + 8\ grF$$

E = 78 grf = 0,78 N	← VALOR DEL EMPUJE

Es muy importante en este problema hacer los 2 diagramas de cuerpo libre y plantear las 2 ecuaciones. Los datos que dan son feos y las cuentas son medias complicadas, pero si los diagramas y las ecuaciones están bien, se te puede considerar regular o incluso "bien menos" aunque los valores finales de T y E estén mal calculados.

<u>**NOTA**</u>: El problema también se puede resolver planteando que peso total = a E_{TOTAL}.
O sea, $P_1 + P_2 = E_1 + E_2$

UN PROBLEMA DEL INFIERNO

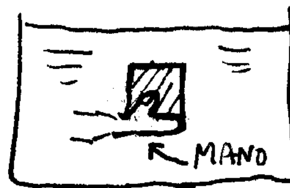
4 – Se sumerge un cuerpo de forma irregular y material homogéneo pero de densidad desconocida en alcohol ($\delta_{AL} = 0{,}8\ Kg/dm^3$) y en agua ($\delta_{H2O} = 1\ kg/dm^3$), obteniendo pesos aparentes de 0,51 N en agua y de 0,57 N en alcohol.

Determinar:

a) – El volumen del cuerpo.
b) – La densidad del cuerpo

<u>**SOLUCIÓN**</u> : Traduzco el enunciado: Un cuerpo tiene un peso P. Al sumergirlo en agua parece pesar 0,51 N. Al sumergirlo en alcohol parece pesar 0,57 N. Calcular el volumen del cuerpo y su densidad.

a) – Primero hay que entender a qué se llama "Peso Aparente de un cuerpo". Peso aparente es lo que parece pesar un cuerpo cuando uno lo pone totalmente sumergido en un líquido. Hagamos un dibujito del cuerpo sumergido abajo del agua o del alcohol

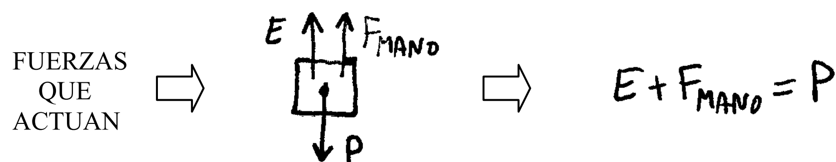


← DIAGRAMA PARA EL CUERPO SUMERGIDO

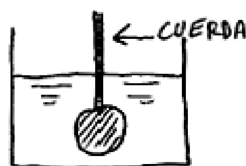
Un cuerpo en el aire tiene cierto peso. Al ponerlo en un líquido parece pesar menos porque el empuje lo empuja para arriba. Entonces el peso aparente de un cuerpo sería lo que pesa menos el empuje que recibe.

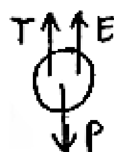
Peso Aparente = Peso - Empuje

Ahora voy a hacer el diagrama de todas las fuerzas que actúan. Ojo, fijate que la mano está empujando al cuerpo para arriba. Y como el objeto está en equilibrio se tiene que cumplir que todas las fuerzas que tiran para arriba tienen que ser = a las fuerzas que tiran para abajo. Es decir :



La fuerza que uno hace para sostener al cuerpo con la mano vale es el peso aparente . Otra manera de ver lo mismo es sumergir el cuerpo totalmente en un líquido y sostenerlo con una cuerda. La fuerza que uno hace para sostenerlo es el peso aparente (= a la tensión de la cuerda)





$T + E = P$

$\Rightarrow T = P - E$

↖ PESO APARENTE

El cuerpo está en equilibrio. Quiere decir que todo lo que tira para arriba tiene que ser igual a todo lo que tira para abajo. Entonces la ecuación a plantear tanto en el agua como en el alcohol es T (= Peso aparente) = P - E

EN AGUA : $0,51\,N = \rho_C \cdot Vol - \rho_{H_2O}\, V_{sum}$

$$\Rightarrow 0,51\,N = \left(\rho_C - \rho_{H_2O}\right) Vol$$

EN ALCOHOL : $0,57\,N = \left(\rho_C - \rho_{ALC}\right) Vol$

Dividiendo las ecuaciones : $\dfrac{0,51\,N}{0,57\,N} = \dfrac{\left(\rho_C - \rho_{H_2O}\right) \cancel{Vol}}{\left(\rho_C - \rho_{ALC}\right) \cancel{Vol}}$

$$\Rightarrow 0,51 \left(\rho_C - \rho_{ALC}\right) = 0,57 \left(\rho_C - \rho_{H_2O}\right)$$

$$\Rightarrow 0,51\,\rho_C - 0,51\,\rho_{ALC} = 0,57\,\rho_C - 0,57\,\rho_{H_2O}$$

$$\Rightarrow 0,57\,\rho_{H_2O} - 0,51\,\rho_{ALC} = 0,57\,\rho_C - 0,51\,\rho_C$$

$$\Rightarrow 0,57 \times 1\,\frac{Kgf}{dm^3} - 0,51 \times 0,8\,\frac{Kgf}{dm^3} = 0,06\,\rho_C$$

$$\Rightarrow 0,06\,\rho_C = 0,162\,\frac{Kgf}{dm^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_C = 2,7\,\frac{Kgf}{dm^3}}$$ ← PESO ESPECIFICO DEL CUERPO

Ahora puedo reemplazar este peso específico que calculé en alguna de las ecuaciones del principio. Reemplazo en la ecuación para el agua :

$$0,51\,N = \left(\rho_C - \rho_{H_2O}\right) \cdot Vol$$

$$\Rightarrow 0,51\,N = \left(2,7 - 1\right) \frac{Kgf}{dm^3} \cdot Vol.$$

$$\Rightarrow 0,51\,N = 1,7 \times 10\,\frac{N}{dm^3} \cdot Vol$$

$$\Rightarrow \boxed{Vol = 0,03\,dm^3 = 30\,cm^3}$$ ← VOLUMEN DEL CUERPO

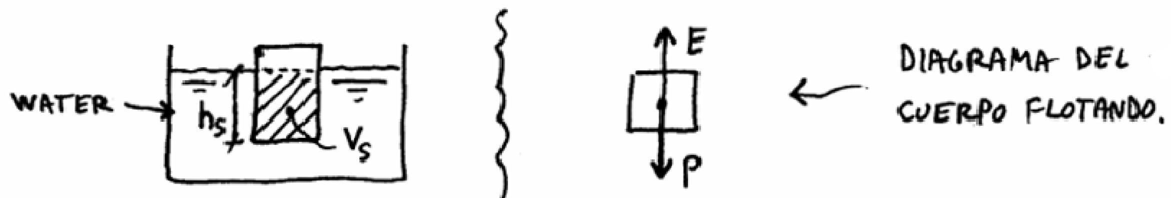
PROBLEMA 5

Un cilindro de plástico de densidad 0,8 kg/lt, de radio 2 cm y altura 6 cm, flota en agua con su eje vertical.

a) ¿Qué longitud se encuentra por arriba de la superficie del agua?

b) ¿Cómo cambiaría el resultado previo si flotara en mercurio, de densidad 13,6 kg/lt?

Hago un dibujo del cilindro flotando en el agua:



El cilindro está en equilibrio, de manera que el peso tiene que ser igual al empuje. Me queda:

$$E = P$$

El empuje es el peso del volumen de líquido desalojado. El volumen desalojado es el volumen sumergido V_S. Este V_S vale:

$$V_{SUM} = \text{Sup base} \times H_{SUM} \rightarrow V_{SUM} = \pi \cdot r^2 \cdot h_{SUM}$$

Entonces el empuje va a valer: $E = \rho_{Liq} \times V_S \Rightarrow$

$$E = 1 \frac{Kgf}{\ell} \times \pi\, (2\,cm)^2 \times h_S. \quad (1)$$

Por otro lado, el peso del cuerpo es $P = \rho \cdot \text{Volumen} \Rightarrow$

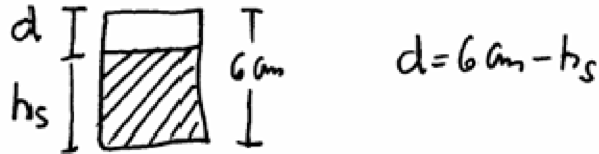
$$P = 0{,}8 \frac{Kgf}{\ell} \cdot \pi \cdot r^2 \times 6\,cm \quad (2)$$

Igualando las ecuaciones (1) y (2): (Las igualo porque $E = P$)

$$1 \frac{Kgf}{\ell}\ \text{Sup base} \times h_{sum} = 0{,}8 \frac{Kgf}{\ell} \times \text{Sup bas} \times 6\,cm$$

$$\Rightarrow h_{sum} = 4{,}8\ cm \quad \text{(profundidad sumergida)}$$

La distancia que el cuerpo sobresale del agua será:



$d = 6\,cm - h_s$

$\Rightarrow d = 6\,cm - 4{,}8\,cm$

$d = 1{,}2\,cm$ ← Distancia que sobresale.

b)- Si en vez de agua se pone mercurio, hay que plantear lo mismo pero con $\rho_{Hg} = 13{,}6\ gf/cm^3 = 13{,}6\ Kgf/\ell$. Entonces:

$$13{,}6\ \frac{Kgf}{\ell} \times \text{sup base} \times h_S = 0{,}8\ \frac{Kgf}{\ell} \times \text{sup base} \times 6\,cm$$

$h_{sum} = 0{,}35\,cm$ (Profundidad sumergida)

De manera que $d = 6\,cm - h_{sum} \Rightarrow$

$d = 5{,}65\,cm$ ← Distancia que sobresale.

FIN PROBLEMAS DE PARCIALES DE HIDROSTÁTICA



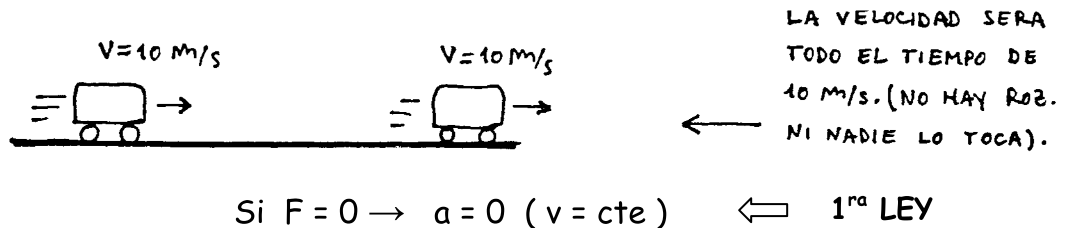
RESUMEN DE FORMULAS

Pongo ahora un resumen de toda la teoría y de las principales ecuaciones que necesitás para resolver los problemas. Si ves que falta alguna fórmula o ves que algo no se entiende, mandame un mail.

www.asimov.com.ar

RESUMEN DE DINAMICA - LEYES DE NEWTON

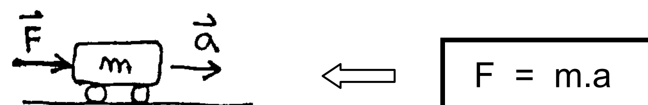
<u>1ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE INERCIA</u> : Si un objeto se viene moviendo con MRU, va a seguir moviéndose con MRU a menos que sobre él actúe una fuerza.



Si $F = 0 \rightarrow a = 0$ (v = cte) $\Leftarrow$ 1ra LEY

<u>2ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE MASA</u>

Si uno le aplica una fuerza a un cuerpo este va a adquirir una aceleración que es proporcional a la fuerza aplicada. Esta aceleración será más grande cuanto mayor sea la fuerza que actúa. Es decir, **<u>a</u>** es directamente proporcional a la fuerza aplicada e inversamente proporcional a la masa.

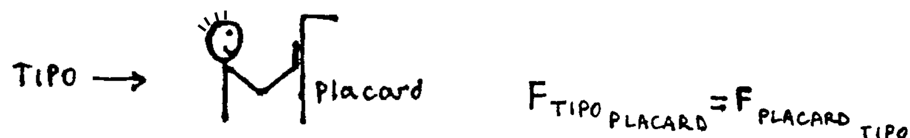


Si hay varias fuerzas que actúan sobre el cuerpo la 2da ley se escribe:

$$\Sigma F = m.a \quad \leftarrow 2^{da} \text{ Ley de Newton}$$

<u>3ª LEY DE NEWTON o PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN</u>

Si empujo una cosa con una fuerza F voy a sentir que la cosa también me empuja a mí con una fuerza igual y contraria. Esto pasa siempre cuando dos cuerpos se ejercen fuerzas entre si: La fuerza que el primer cuerpo ejerce sobre el segundo es igual y de sentido contrario a la fuerza que el 2do ejerce sobre el 1ro.



$$\text{ACCIÓN} \rightarrow F_{\text{QUE HAGO YO SOBRE EL CUERPO}} = F_{\text{QUE HACE EL CUERPO SOBRE MI}} \leftarrow \text{REACCIÓN}$$

Ojo, las fuerzas de acción y reacción son iguales y opuestas, pero nunca se anulan porque la fuerza de acción que el tipo ejerce actúa **<u>sobre el placard</u>** y la fuerza que ejerce el placard actúa **<u>sobre el tipo</u>**.

<u>IMPORTANTE</u>. Convención de signos en dinámica: <u>sentido positivo siempre como apunta la aceleración</u>. Con esta convención, las fuerzas que van como el vector aceleración son (**+**) y las que van al revés, son (**-**).

UNIDADES DE FUERZA, MASA y ACELERACIÓN

Aceleración: Se mide en m/s^2. (igual que en cinemática). Masa: Se mide en Kilogramos. Un Kg masa es la cantidad de materia que tiene 1 litro de agua. Fuerza: Se mide en Newtons o en Kilogramos fuerza. 1 Kgf es el peso de 1 litro de agua.

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ kg} \cdot m/s^2$$ ⇦ **1 Newton**

Ojaldre! Una cosa que tiene una masa de 1 Kg **pesa** 1 Kgf.
Una cosa que pesa 1 Kgf **tiene una masa** de 1 Kg. Leer!

Para pasar de Kgf a Newton tomamos la siguiente equivalencia:

1 Kgf = 10 Newtons

PESO DE UN CUERPO

$$P = m \times g$$ ⇦ FUERZA PESO

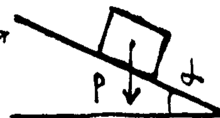
La equivalencia 1 Kgf = 9,8 N sale de esta fórmula. Para los problemas se permite que tomes 1 kgf = 10 Newton. (Para facilitar las cuentas).

PLANO INCLINADO

Se descompone la fuerza peso en las direcciones X e Y. El valor de las fuerzas P_x y P_y se calcula con:

$$P_x = P \cdot \text{sen}\ \alpha$$
$$P_y = P \cdot \cos \alpha$$

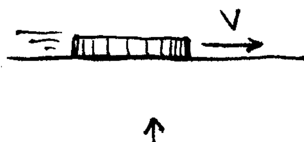
Plano que forma un ángulo α

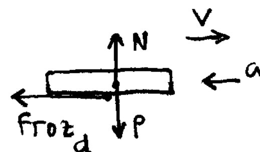




ROZAMIENTO DINÁMICO

Tengo rozamiento dinámico cuando un cuerpo avanza patinando y rozando contra el piso.





ROZAMIENTO DINÁMICO

UNA MONEDA QUE SE MUEVE SOBRE UNA MESA.

Mientras la moneda va deslizando la fuerza de rozamiento la va frenando. El valor de la fuerza de rozamiento dinámico es:

$$f_{ROZ} = \mu_d \cdot N$$

Ecuación que se usa cuando hay rozamiento dinámico.

Fuerza de rozamiento dinámico.

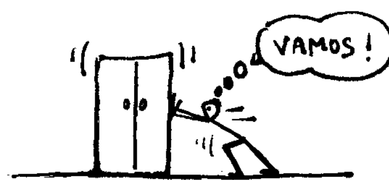
Coeficiente de rozamiento dinámico (mu dinámico)

Fuerza normal.

El **mu dinámico** es un número sin unidades. Este coeficiente dá una idea de qué tan grande es el rozamiento que hay entre las superficies que se están tocando. Si el piso es de cemento tendré un determinado valor de mu. Si el piso es de hielo, la superficie será más patinosa y el μ será menor.

ROZAMIENTO ESTÁTICO

Tengo rozamiento estático cuando trato de empujar una cosa para moverla pero la cosa no se mueve. Sería este ejemplo:



← ROZAMIENTO ESTÁTICO

El tipo ejerce una fuerza sobre el placard pero el placard no quiere moverse. No hay fórmula que permita calcular el valor de la fuerza de rozamiento estático. Lo que hay es una fórmula que permite calcular la fuerza de rozamiento **máxima** que ejerce el piso antes de que el cuerpo empiece a moverse. El valor de F_{ROZ} es mu estático por ene.

$$f_{ROZ\ e\ MAx} = \mu_e \cdot N$$

Fuerza de rozamiento estático máxima antes de que el cuerpo empiece a moverse.

Fuerza de rozamiento estático **máxima**.

Coeficiente de rozamiento estático

Fuerza normal.

La fuerza de rozamiento estático no se puede calcular siempre con la fórmula mu estático por ene. Lo que vale μ_e por ene es la fuerza de rozamiento **máxima**, que puede existir **antes** de que el tipo empiece a moverse. (Ahora sí) .

¿ HACIA DONDE APUNTA LA FUERZA DE ROZAMIENTO ?

Generalmente F_{ROZ} va al revés de la velocidad. O sea, intenta frenar al cuerpo que se mueve. Pero esto no es siempre así. No siempre la fuerza de rozamiento se opone

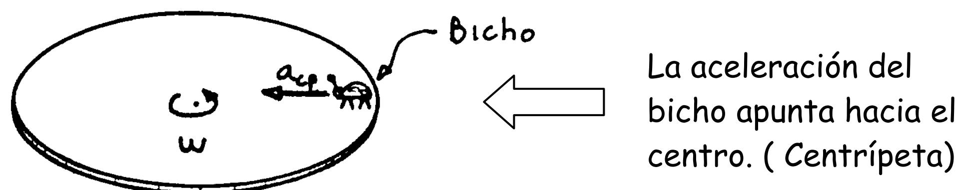
al movimiento. Hay casos raros donde la fuerza de rozamiento va para el mismo lado que la velocidad. (= Ayuda al movimiento). Lo que siempre se cumple es que:

La fuerza de rozamiento siempre se opone al movimiento **RELATIVO** de las superficies que están en contacto

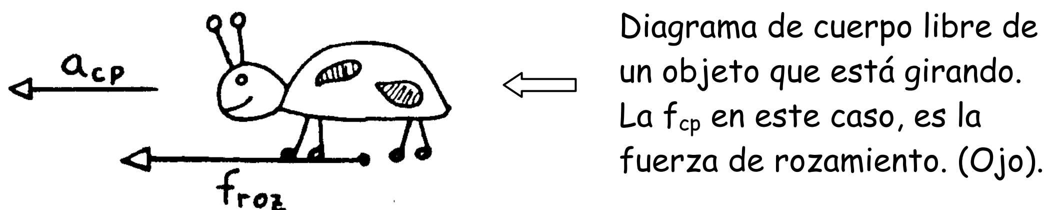
⇦ SENTIDO DE LA F_{ROZ}

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Pongo algo sobre un disco que está girando. Lo que está dando vueltas tiene aceleración centrípeta porque tiene un movimiento circular.



El objeto tiene aplicada una fuerza aplicada sobre él que es la que hace que se mueva en círculos. Esta fuerza se llama **centrípeta**. (f_{cp})
En el caso de una cosa que esté puesta sobre un disco que gira, la fuerza centrípeta va a ser la **fuerza de rozamiento**. Mirá el diagrama de cuerpo libre:



Ahora, mirando el diagrama de cuerpo libre, planteo la ecuación de Newton. La única fuerza que actúa es la centrípeta. Entonces :

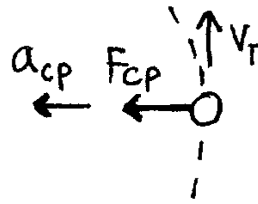
$$f_{CP} = m \times a_{CP}$$

La Fcp puede ser cualquier fuerza. En algunos casos puede ser el peso, en otros la tensión de la cuerda, la fuerza de un resorte o la fuerza de atracción gravitacional. Para el caso particular del bicho girando sobre el disco, la fcp es la fuerza de rozamiento. Para cualquier cosa que esté rotando, la ec. de Newton queda así:

$$\boxed{\sum f_{\substack{\text{EN DIRECCIÓN}\\ \text{DEL RADIO}}} = m \times a_{CP}}$$

⇦ LEY DE NEWTON PARA EL MOVIMIENTO CIRCULAR

El diagrama de cuerpo libre para un objeto que se mueve con movimiento circular:



Tiene que ser siempre así. (Es decir, con la fuerza centrípeta **apuntando hacia el centro**).

La fuerza resultante de todas las fuerzas que actúan sobre una cosa, que se mueve con movimiento circular uniforme, se llama **fuerza centrípeta** y **apunta siempre hacia el centro de la circunferencia**.

COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MOVIMIENTO CIRCULAR:

1) Se hace el diagrama de cuerpo libre poniendo **todas las fuerzas** que actúan sobre el cuerpo. Sobre el diagrama también tenés que poner que la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta. (Tenés que indicar para dónde apuntan).

2) De acuerdo al diagrama, planteás la ecuación del movimiento circular.

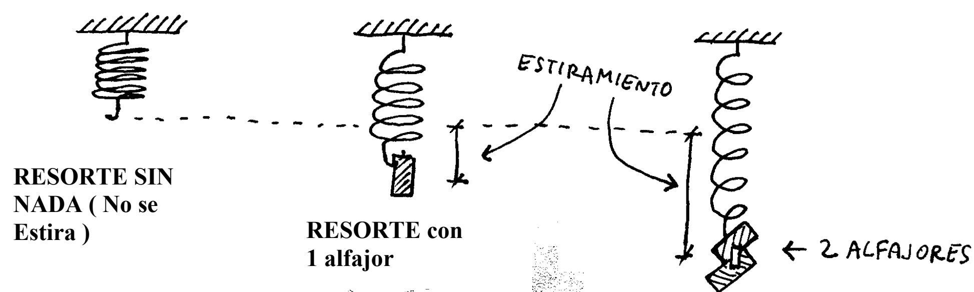
$$\sum F_{\text{en dirección radial}} = m \cdot a_{cp}$$

Es decir, escribís la sumatoria de las fuerzas en la dirección del radio y eso lo igualás a la masa por la aceleración centrípeta.

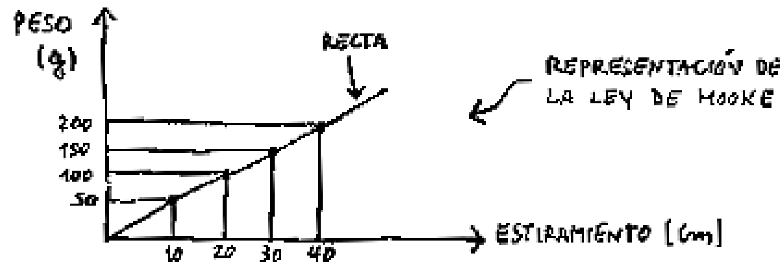
3) Reemplazás a_{cp} por $\omega^2 \times R$ o por $V_T^{\,2} / R$. De la ecuación que te queda despejás lo que te piden.

FUERZAS ELÁSTICAS - LEY DE HOOKE

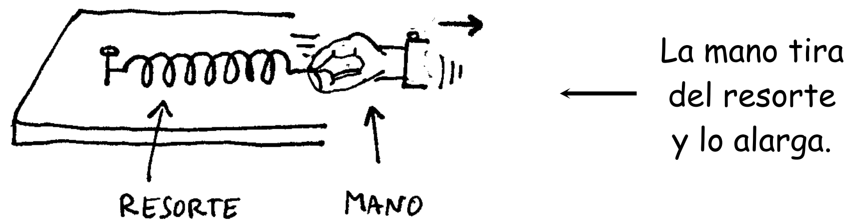
Al colgar pesos de un resorte, el resorte se estira. Con cada peso que voy colgando veo que el estiramiento va aumentando.



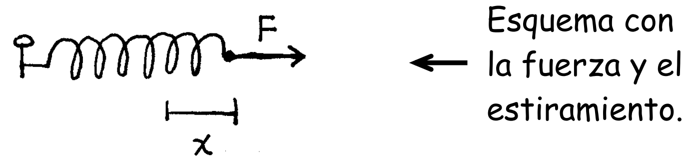
Hooke comprobó que si uno cuelga un peso doble, el estiramiento es el doble. Si el peso es triple, el estiramiento es el triple. O sea, comprobó que lo que se estiraba el resorte era proporcional al peso que uno le colgaba. Representemos esto.



Dicho de otra manera, el estiramiento es directamente proporcional al peso colgado. Lo mismo va si pongo un resorte sobre una mesa y tiro de él.

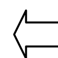


Voy a llamar **F** a la fuerza que yo hago sobre el resorte y **x** al estiramiento. Pongamos el resorte con la fuerza aplicada sobre él. El diagrama sería éste:



Si hago una fuerza F, tengo un estiramiento determinado. Puedo decir que la fuerza aplicada va a ser proporcional al estiramiento del resorte. O sea:

$$F = K \times X$$

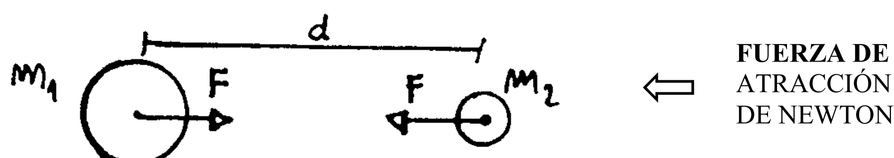


LEY DE HOOKE

En esta fórmula K es la constante del resorte y F es la fuerza que hace el resorte. Equis es la distancia que está estirado o comprimido el resorte. La constante K es lo que me dice si el resorte es blando o duro. Cuanto mayor es K, más duro es el resorte. (Cuando digo duro quiero decir más difícil de estirar o de comprimir)

GRAVITACIÓN (LEY DE ATRACCION DE LAS MASAS)

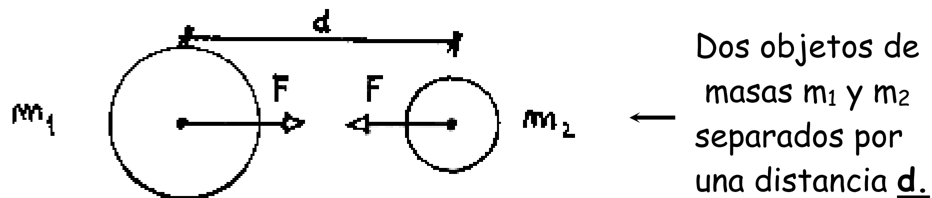
Newton se dio cuenta de que la atracción entre los cuerpos era producida por una fuerza que dependía de las masas de los cuerpos y de la distancia que los separaba.



Cuanto mayores son las masas, mayor es la fuerza de atracción entre ellas. Cuanto mayor es la distancia, menor es la fuerza de atracción. Newton resumió todos estos conceptos en una fórmula llamada **Ley de Gravitación Universal** .

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Supongamos que tengo 2 objetos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia **d** .



Entre estos cuerpos aparecerá una fuerza de atracción que vale:

$$F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$$

⟸ LEY DE NEWTON DE GRAVITACION UNIVERSAL.

En esta fórmula, m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos. d es la distancia que separa a los 2 cuerpos.(Se mide desde el centro de un cuerpo al centro del otro cuerpo). Esta d va al ^{2} en la formula. La letra **G** representa a una constante. Se la llama constante de gravitación universal de Newton. El valor de G se determinó haciendo mediciones y experimentos. El valor que usamos para resolver los problemas es :

$$G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{N \times m^2}{Kg^2}$$

⟸ **VALOR DE LA CONSTANTE DE GRAVITACION UNIVERSAL**

Fijate que G tiene unidades de fuerza multiplicadas por unidades de distancia al cuadrado divididas por unidades de masa al^2. Eso es así para que al multiplicar G por $m_1 \times m2 / d^2$ la fuerza me dé en Newtons.

FORMULA $g_{sup} . R_T^2 = G . M_T$

Esta ecuación se puede usar para La Tierra, para La Luna o para un planeta cualquiera.

$$g_{SUP} \cdot R_P^2 = G \cdot M_P$$

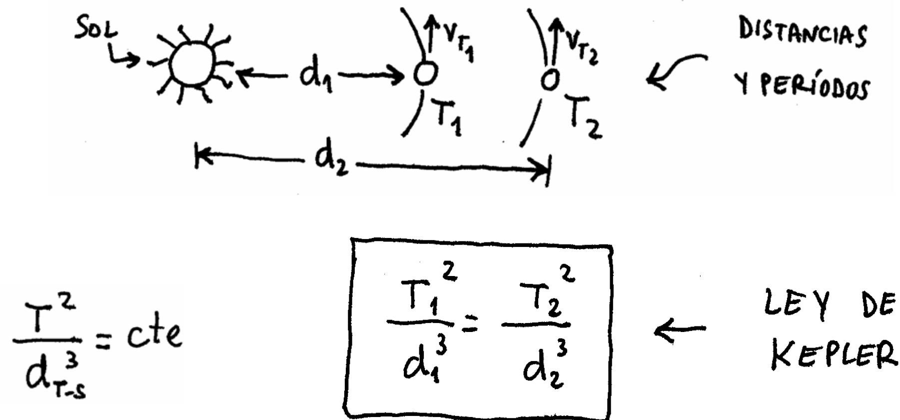
Gravedad en la superficie del planeta — Radio del Planeta al^2 — Cte. de Grav. Universal — Masa del planeta.

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

⟸ Valor de la aceleración de la gravedad a cierta altura **h** sobre la superficie de La Tierra

LEY DE KEPLER

La ley de Kepler relaciona la distancia de un planeta al sol con su período de rotación. También se puede usar para un satélite que está orbitando la Tierra. A esta ley se la suele llamar " Ley cuadrado-cúbica ".

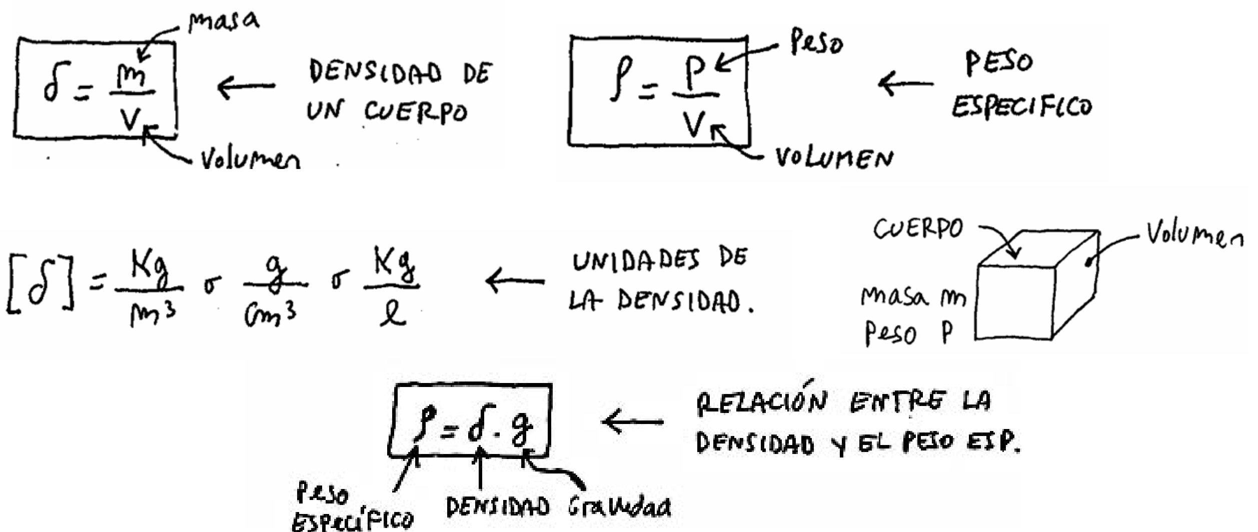


FIN RESUMEN DE DINAMICA

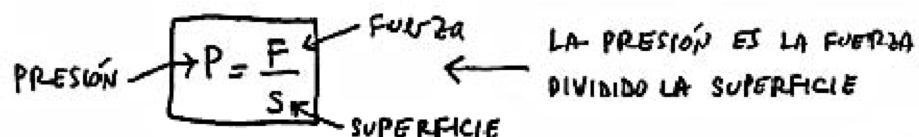
RESUMEN DE HIDROSTATICA

HIDRO: agua. ESTÁTICO: quieto, que no se mueve. En hidrostática tenemos agua que está quieta.

DENSIDAD Y PESO ESPECÍFICO.



PRESIÓN: Es la fuerza que actúa por unidad de superficie.



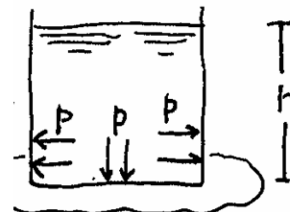
1 atmósfera = 1,033 $\frac{kgf}{cm^2}$ = 760 mm de Hg (Torr) = 101.300 $\frac{N}{m^2}$ (Pascal)

PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h

$$P_h = \delta \cdot g \cdot h$$

← PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD h.

PRESIÓN DENSIDAD GRAVEDAD PROFUNDIDAD



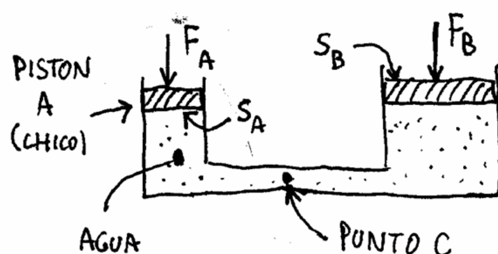
PRESIÓN MANOMÉTRICA Y PRESIÓN ABSOLUTA.

$$P_{absoluta} = P_{manom.} + 1\,atm.$$

← RELACION ENTRE LA P. ABSOLUTA Y LA MANOMETRICA

PRENSA HIDRAULICA - TUBOS EN U

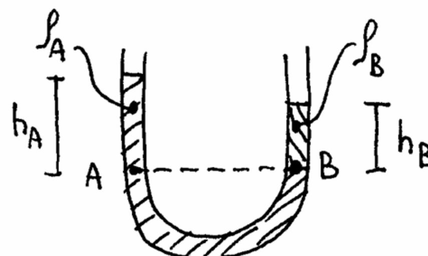
$$\frac{F_A}{Sup_A} = \frac{F_B}{Sup_B}$$



← PRENSA HIDRAULICA

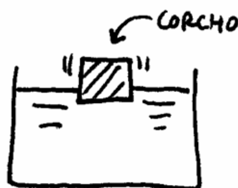
$$\rho_A \cdot h_A = \rho_B \cdot h_B$$

← FORMULA PARA LOS TUBOS EN U.



PESO Y EMPUJE

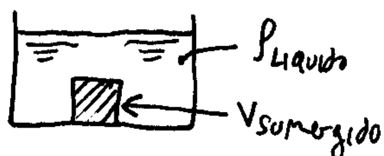
$$Empuje = \delta_{LIQ}\, g \times Vol_{SUM}$$





← PESO Y EMPUJE PARA UN CUERPO FLOTANDO

Para un cuerpo que flota el peso es igual al empuje. Se plantea P = E



FUERZA NORMAL →



⇦ FUERZAS PARA UN CUERPO SUMERGIDO

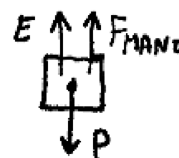
N + **E**mpuje = Peso

PESO APARENTE

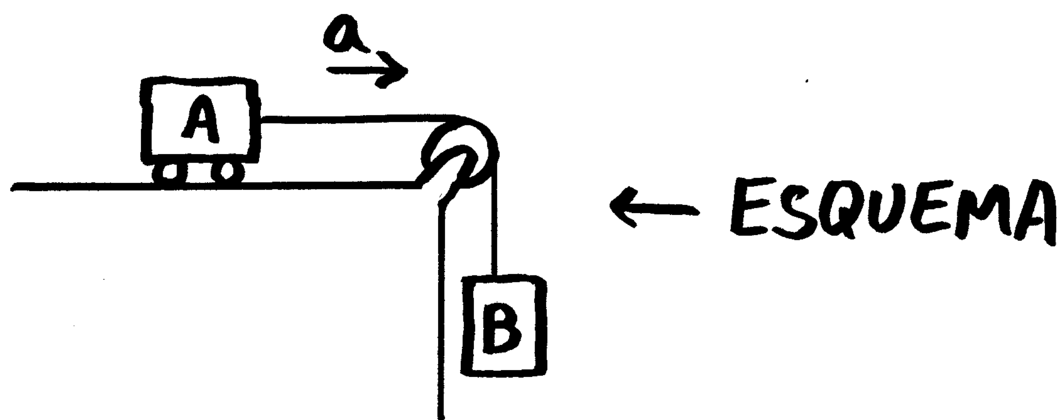
Es el peso que parece tener una cosa que está abajo del agua.

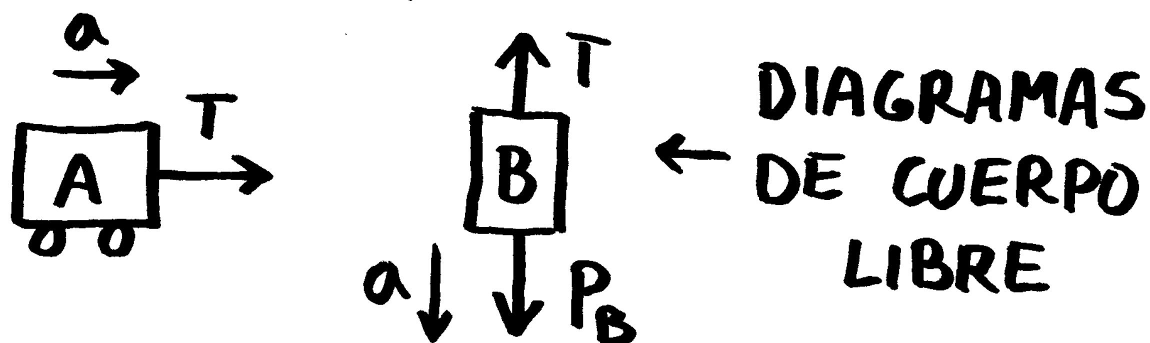
PESO APARENTE = PESO - EMPUJE





INDICE





$$\begin{cases} T = m_A \cdot a \\ P_B - T = m_B \cdot a \end{cases}$$

← ECUACIONES